

# 天空光照射度の基底関数表現を用いた屋外環境下における高速レンダリング手法

広島大学 土橋 宜典  
 ノ 金田 和文  
 ノ 山下 英生  
 福山大学 正会員 西田 友是

〈あらまし〉 近年、建築物の設計やその建設後の景観の事前評価にコンピュータ・グラフィックスを用いることが多くなってきている。コンピュータ・グラフィックスを用いれば、時刻や季節あるいは天空の状態（晴天・曇天）を変更し、その違いを視覚的に評価することが容易となる。しかし、これまでの天空光による照度の計算手法では、これらの点について変更を行った場合、すべての計算を始めからやり直す必要があった。そのため、種々の検討を行う際には、画像生成に多くの時間を費やすくてはならなかった。本論文では、天空光照射度を基底関数を用いて級数展開表現することにより、天空輝度分布を変更した場合でも極めて高速に画像生成を行うことのできる手法を提案する。

〈Summary〉 Recently, computer graphics has been often used for both architectural design and visual environmental assessment. Using computer graphics, designers can easily compare the effect of the natural light on their architectural design under various conditions by changing time in a day, seasons, or atmospheric conditions (clear or overcast sky). In traditional methods of calculating the illuminance due to sky light, however, all calculation must be performed from scratch if such conditions are changed. Therefore, to compare the architectural designs under different conditions, a great deal of time has to be spent on generating the images. This paper proposes a method of quickly generating images of an outdoor scene by expressing the illuminance due to sky light with a series of basis functions, even if the luminous intensity distribution of the sky is changed.

## 1. まえがき

近年、建築物設計時のデザイン検討や建設後の事前景観評価にコンピュータ・グラフィックスが頻繁に用いられるようになってきている。屋外での建築物の表示や景観評価では、自然光、すなわち、太陽直射光と天空光が重要な要素となる。コンピュータ・グラフィックスを用いれば、時刻や季節あるいは晴天・曇天などの条件を変更し、その違いを視覚的に評価することが可能となる。

コンピュータ・グラフィックスにおいて、自然光は太陽直射光のみが考慮され、天空光はあらゆる方向から照

射される一定の強度の光、すなわち、環境光として扱われていた。1986年に初めて天空光に対する照明モデルが開発され<sup>1)</sup>、その重要性が明らかにされた。更に、天空光による拡散反射光成分だけでなく、鏡面反射光成分まで取り扱えるよう拡張された手法が提案された<sup>2)</sup>。天空光により照射された面の照度計算は、半球状の曲面光源による照度を計算することと等価であり、極めて計算コストを要するものである。そこで、計算時間の短縮をはかるために、グラフィックス・ハードウェアを利用した高速天空光照射度計算手法が開発された<sup>3)</sup>。しかし、この手法を用いても、時刻変化や、晴天・曇天などの異なる天空の状態のもとでの建築物の見え方の違いを評価するため複数枚の画像生成を行う場合には、天空光照射度の計算を始めから毎回やり直さなければならず、実用的な時間内において、様々な天空状態の画像を作成することは困難である。この問題を解決するため、Jeffry らは、CIE 標準

“A Quick Rendering Method for Outdoor Scenes Using Sky Light Illuminance Functions Expressed with Basis Functions” by Yoshinori DOBASHI and Kazufumi KANEDA and Hideo YAMASHITA (Hiroshima University), Tomoyuki NISHITA (Member) (Fukuyama University).

$$L(s) = w_1 L_1(s) + w_2 L_2(s) + w_3 L_3(s) + \dots$$

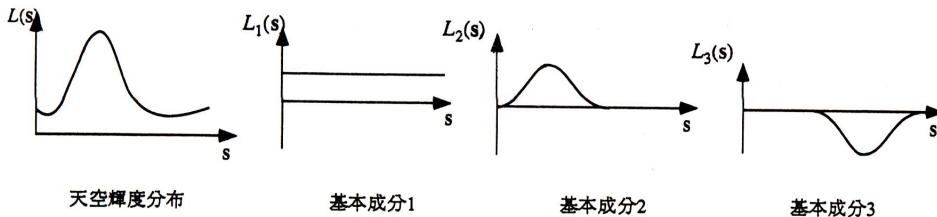


図 1 天空輝度分布とその基本成分

Fig. 1 The luminous intensity distribution of the sky and its basis components

晴天空および曇天空についてのみ、太陽位置を変更した場合の天空光分布を高速に計算する手法を提案した<sup>4)</sup>。しかし、この方法では、前処理に多くの計算時間を必要とし、天空のスペクトル分布を考慮していないため、夕焼けなどの色を表現することができないという問題点を残している。

本論文では、これらの問題点を解決する新たな手法を提案する。すなわち、天空光分布を級数展開して記憶することにより、天空輝度分布が変化した場合の天空光による照度を極めて高速に算出する手法を提案する。提案手法を用いれば、時刻や季節または天空の状態が変化した場合の画像を高速に生成することが可能となる。

提案手法では、天空光分布計算において、すべての面は完全拡散面と仮定し、面による光の相互反射は無視できるものとする。すなわち、鏡面反射面に対しては、天空光よりも太陽直射光の影響が大きいため、太陽直射光による鏡面反射光成分のみを考慮する。また、屋外においては、壁面間の光の相互反射の影響は小さいため、この仮定を設けても、実用上、大きな制約となるものではない。

## 2. 基本的な考え方

光源が複数個存在する場合、計算点における照度は、それぞれの光源による照度を求め、それらの和を求ることによって得ることができる。すなわち、照度計算には、線形性がなりたつ<sup>5),6)</sup>。より一般的には、次の2つの性質がなりたつといえる<sup>4)</sup>。

- ・2つの光源によって得られる照度は、それぞれの光源に対する照度を別々に計算したものの和に等しい。
  - ・ある光源によって得られた照度を  $w$  (定数) 倍することは、光源の強さを  $w$  倍することに等しい。
- これらの性質を天空光分布計算に利用することにより、太陽位置や天空の状態が変化した場合の天空光分布を高速に算出する手法を開発することができる。

一般に、照度計算点における天空光分布  $I$  は次式で表すことができる<sup>7)</sup>。

$$I = \int_{\Omega} L(s) \kappa(s) ds \quad (1)$$

ここで、 $s$  は半球上の任意方向の単位ベクトル、 $L(s)$  は天空輝度分布、 $\kappa(s)$  は  $s$  方向の微小天空要素と計算点の幾何形状により決まるファクターであり、太陽位置や天空輝度分布には依存しない。また、 $\Omega$  は半球面の積分領域を表す。今、天空輝度分布が図 1 に示すように、いくつかの基本となる輝度分布の線形和で表されているとする。この時、上述の性質から、それぞれの基本となる輝度分布を持つ天空によって照射された場合の被照面での照度をあらかじめ基本照度データとして計算しておけば、本来の天空輝度分布による照度は、あらかじめ計算された基本照度データの線形和で求められることがわかる。また、太陽位置や晴天・曇天に応じた輝度分布が、基本となる輝度分布の重みを変化させることにより表現できれば、その照度は基本照度データの線形和で得られるため、非常に高速に照度を算出することが可能となる。この時、照度計算法は次の2つの条件を満足する必要がある。

- ・基本となる輝度分布に対応する基本照度データをあらかじめ計算し、記憶しておく必要がある。計算時間の短縮と記憶容量の削減のため、少ない項数の基本輝度分布により天空輝度分布を表現できること。
- ・基本輝度分布の線形和によって、様々な状態における天空輝度分布を表現可能であること。

Jeffry らは、天空輝度分布  $L(s)$  から太陽位置に依存する成分を解析的に分離し、分離された部分のみを関数展開表現することによって、太陽位置を変更した場合の天空光分布を高速に算出する手法を提案した<sup>4)</sup>。この手法では、基底関数の項数を十項程度にすることを実現している。しかし、各基本照度の計算では天空の遮蔽領域計算を共通化できるにもかかわらず、これを行っていないために前処理としての基本照度の計算に多大な計算時間

を必要とする。また、天空輝度分布として、CIE 標準天空を用いており、天空輝度分布が解析的に表現されているために、太陽位置に依存する成分を分離することが可能であった。しかし、実測データや大気中の微粒子による散乱を考慮して数値積分によって輝度分布を算出する大気拡散モデル<sup>8)</sup>では、太陽位置に依存する成分を解析的に分離することは困難である。

提案手法では、基本となる輝度分布の項数を少なくするため、天空輝度分布ではなく、天空輝度分布を積分した式(1)を基底関数を用いて級数展開する。一般に、晴天空の場合、天空輝度分布は太陽付近に鋭いピークを持ち、これを十分な精度で近似するためには非常に多くの項数の基底関数が必要となる。しかし、天空輝度分布を積分した天空光強度は、鋭いピークを持たない分布となり、少ない項数の基底関数を用いて近似することが可能となる。また、解析的に表現できない天空輝度分布を取り扱えるようにするために、ルジャンドル多項式を用いた一般フーリエ級数によって天空輝度分布を近似する手法を提案する。ルジャンドル多項式は、その関数値を高速に算出可能であり、かつ、その直交性からあらゆる分布をルジャンドル多項式を用いて級数展開することができる。更に、提案手法では、各基底関数に対応する基本照度データの計算において、遮蔽領域の計算を共通化することにより、基本照度データを計算するための前処理時間を短縮する。

### 3. 天空光強度関数とその級数展開

提案手法では、各計算点での天空光強度を表す天空光強度関数を定義し、これを級数展開し、それを有限項で打ち切ることにより近似する。本節では、天空光強度関数の定義と、その級数展開方法について述べる。

#### 3.1 天空光強度関数

天空は半径の非常に大きな半球状の光源と考えられるため、計算点は常にこの半球の中心にあると考えることができる。今、図2に示すように、計算点の存在する面の法線をz軸とした局所座標系を考え、天空の微小天空要素の位置を、x軸の負の方向からの角度 $\alpha$ ( $0 \leq \alpha \leq \pi$ )および、 $x-y$ 平面からの仰角 $\delta$ ( $0 \leq \delta \leq \pi$ )により表す。世界座標系での天空輝度分布を $L_0$ で表すと、法線ベクトルが $n$ である計算点における天空の部分領域 $[0, \alpha]$ かつ $[0, \delta]$ による照度 $F(\alpha, \delta; L_0, n)$ (以下、これを天空光強度関数と呼ぶ)は次式で表される<sup>1)</sup>。

$$F(\alpha, \delta; L_0, n) = \int_0^\alpha \int_0^\delta L(\alpha, \delta; L_0, n) \sin \delta \sin^2 \alpha d\delta d\alpha \quad (2)$$

ここで、 $L(\alpha, \delta; L_0, n)$ は局所座標系 $(\alpha, \delta)$ における

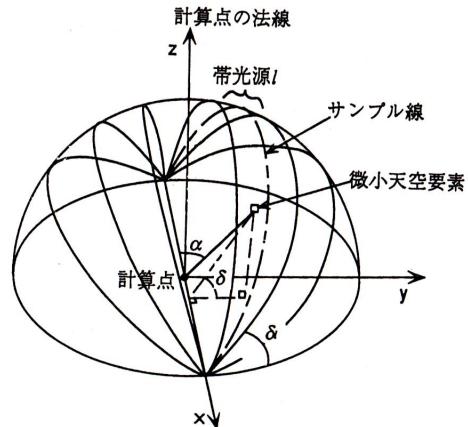


図2 天空光強度計算  
Fig. 2 The calculation of the sky light illuminance

微小天空要素の輝度を表す。 $(\alpha, \delta)$ は面の法線ベクトルに関する局所座標系で表されるため、 $L(\alpha, \delta; L_0, n)$ は計算点の法線ベクトルごとに異なる分布となる。従って、関数 $F(\alpha, \delta; L_0, n)$ も計算点の法線ベクトルごとに異なる関数となる。天空光のスペクトル分布を考慮する場合は、赤、青、緑(RGB)でのスペクトルにおける微小天空要素の輝度 $L_i(\alpha, \delta; L_0, n)$ ( $i=R, G, B$ )に対して、天空光強度関数 $F_i(\alpha, \delta; L_0, n)$ ( $i=R, G, B$ )を定義する。より精度よくスペクトル分布を考慮する場合には、RGB成分だけでなく、可視光域全体にわたって、スペクトルを細かくサンプルし、それぞれに対して天空光強度関数を定義すればよい。

#### 3.2 天空光強度関数の級数展開

提案手法では、前節で定義した天空光強度関数をルジャンドル多項式を用いて一般フーリエ級数に展開し、有限項で打ち切って近似する。すなわち、

$$F(\alpha, \delta; L_0, n) = \sum_{l=0}^N \sum_{m=0}^N w_{lm}(L_0, n) P_l(\cos \alpha) P_m(\cos \delta) \quad (3)$$

ここで、 $P_l(\cos \alpha)$ は $l$ 次のルジャンドル多項式を表す<sup>9)</sup>。また、 $N$ は天空光強度関数を近似するために必要なルジャンドル多項式の次数、 $w_{lm}(L_0, n)$ は各ルジャンドル多項式にかかる重みである。天空光強度関数をルジャンドル多項式を用いて表す理由の1つには、ルジャンドル多項式は単純な漸化式を用いて低次の項から、順次、高次の項を高速に算出できるという利点を持つからである<sup>9)</sup>。また、各重みは、ルジャンドル多項式の直交性から、次式によって容易に求めることができる。

$$w_{lm}(L_0, n) = \frac{(2l+1)(2m+1)}{4} \int_0^\pi \int_0^\pi F(\alpha, \delta; L_0, n) P_l(\cos \alpha) P_m(\cos \delta) \sin \alpha \sin \delta d\alpha d\delta \quad (4)$$

提案手法では、式(3)を用いて天空光度関数を表現するが、実際の天空光度計算では、 $l=0$ または $m=0$ に対応する項は不要となる。その理由を以下に示す。

今、照度計算点 $x$ から見て、天空の $[\alpha_1, \alpha_2]$ かつ $[\delta_1, \delta_2]$ なる領域が可視であるとする。この時、計算点 $x$ での天空光度 $E_{skylight}(x; L_0, n)$ は次式により計算される。

$$\begin{aligned} E_{skylight}(x; L_0, n) &= \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \int_{\delta_1}^{\delta_2} L(\alpha, \delta; L_0, n) \\ &\quad \sin \delta \sin^2 \alpha d\delta d\alpha \\ &= F(\alpha_2, \delta_2; L_0, n) - F(\alpha_1, \delta_2; L_0, n) \\ &\quad - F(\alpha_2, \delta_1; L_0, n) + F(\alpha_1, \delta_1; L_0, n) \\ &= \sum_{l=0}^N \sum_{m=0}^N w_{lm}(L_0, n) \{P_l(\cos \alpha_2) P_m(\cos \delta_2) \\ &\quad - P_l(\cos \alpha_1) P_m(\cos \delta_2) \\ &\quad - P_l(\cos \alpha_2) P_m(\cos \delta_1) + P_l(\cos \alpha_1) P_m(\cos \delta_1)\} \end{aligned} \quad (5)$$

ここで、 $l=0$ である項のみに着目すると、次式を得る。

$$\begin{aligned} \sum_{m=0}^N w_{0m}(L_0, n) \{P_0(\cos \alpha_2) P_m(\cos \delta_2) \\ &- P_0(\cos \alpha_1) P_m(\cos \delta_2) \\ &- P_0(\cos \alpha_2) P_m(\cos \delta_1) + P_0(\cos \alpha_1) P_m(\cos \delta_1)\} \end{aligned} \quad (6)$$

ルジャンドル多項式の定義から、 $P_0(\cos \alpha)=1$ であるので、これを代入すると、式(6)は、

$$\begin{aligned} \sum_{m=0}^N w_{0m}(L_0, n) \{P_m(\cos \delta_2) - P_m(\cos \delta_1)\} \\ - P_m(\cos \delta_1) + P_m(\cos \delta_1)\} = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

となり、 $l=0$ の項は0となることがわかる。 $m=0$ である項についても同様である。

このことより、 $N$ 次までのルジャンドル多項式を用いて天空光度関数を近似した場合、 $N^2$ 項の基底関数が必要とすることがわかる。

#### 4. 処理手順

天空光度関数の級数展開表現を用いた天空光度の算出手順は以下の通りである。

- ① 各基底関数に対応する基本照度データを計算する（前処理）。
- ② 太陽位置および天空の状態（晴天・曇天）から、天空光度関数を算出する。
- ③ 天空光度関数を級数展開表現した時の各基底関数にかかる重みを算出する。

④ 基本照度データにステップ③で求めた重みをかけ、それらの線形和を求ることにより天空光度を算出する。

⑤ ステップ④で求めた照度から画像を生成する。

一旦、前処理として基本照度データを作成てしまえば、太陽位置や天空の状態が変更された場合でも、上記の②から⑤の処理を行うだけで変更後の画像を生成できるため、極めて高速に画像を得ることができる。天空光のスペクトル分布を考慮する場合は、RGB成分に対する天空光度関数をそれぞれ算出し（ステップ②）、各成分ごとに、ステップ③およびステップ④の処理を行う。より精度よくスペクトル分布を考慮して照度計算を行う場合には、可視光域全体にわたってスペクトルを細かくサンプルし、各々のスペクトル成分ごとにステップ②からステップ④の処理を行い、最後にステップ⑤において、各スペクトル成分からRGB 3刺激値への変換<sup>7)</sup>を合わせて行うことにより、画像を生成すればよい。

以下、それぞれの処理について述べる。

#### 4.1 基本照度データの計算

提案手法では、前処理として、各基底関数に対応する基本照度データを作成しておく必要がある。

図2に示すように、天空をいくつかの帯状の光源に分割して基本照度データの計算を行う。また、各帯光源の中心を通るサンプル線を設け、サンプル線と $x$ 軸を含む平面をサンプル面と呼ぶ。このサンプル面と物体との交差判定を行うことにより、帯光源の可視領域を求める。この時、法線ベクトルが $n$ である計算点 $x$ における、帯光源 $l$ による照度 $E_{skylight,l}(x; L_0, n)$ は次式で表される<sup>1)</sup>。

$$E_{skylight,l}(x; L_0, n) = \int_{\delta_{l-1}}^{\delta_l} \int_0^\pi H(\alpha, \delta_l; n, x) f(\alpha, \delta; L_0, n) d\alpha d\delta \quad (8)$$

但し、

$$f(\alpha, \delta; L_0, n) = L(\alpha, \delta; L_0, n) \sin \delta \sin^2 \alpha \quad (9)$$

であり、 $\delta_l$ は帯光源 $l$ のサンプル面と $x-y$ 面とのなす角、 $2\Delta_l$ は帯光源 $l$ の幅、 $H(\alpha, \delta_l; n, x)$ は計算点 $x$ において、帯光源 $l$ のサンプル線上の $(\alpha, \delta_l)$ 方向に天空を遮蔽する物体が存在しなければ1、存在すれば0を与える関数である。また、 $L_0$ は世界座標系での天空輝度分布を表す。 $H(\alpha, \delta_l; n, x)$ はすべての基本照度データの計算において共通であるため、これを一度だけ計算することにより、基本照度データ計算の効率化をはかる。

今、帯光源 $l$ の角度 $\alpha_1$ から $\alpha_2$ までの間に天空を遮蔽する物体が存在せず、その他の区間には遮蔽物が存在するとする。ここで、 $\delta_1 = \delta - \Delta_l$ 、 $\delta_2 = \delta + \Delta_l$ とおくと、この時の帯光源 $l$ による照度は式(8)から次式で与えられ

る。

$$\begin{aligned} E_{sky\text{light},l}(x; L_0, n) &= \int_{\delta_1}^{\delta_2} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} f(\alpha, \delta; L_0, n) d\alpha d\delta \\ &= \int_0^{\delta_2} \int_0^{\alpha_2} f(\alpha, \delta; L_0, n) d\alpha d\delta \\ &\quad - \int_0^{\delta_1} \int_{\alpha_0}^{\alpha_2} f(\alpha, \delta; L_0, n) d\alpha d\delta \\ &\quad - \int_0^{\delta_2} \int_0^{\alpha_1} f(\alpha, \delta; L_0, n) d\alpha d\delta \\ &\quad + \int_0^{\delta_1} \int_0^{\alpha_1} f(\alpha, \delta; L_0, n) d\alpha d\delta \end{aligned} \quad (10)$$

天空光度関数(式(2))を用いて書き直すと、

$$\begin{aligned} E_{sky\text{light},l}(x; L_0, n) &= F(\alpha_2, \delta_2; L_0, n) \\ &\quad - F(\alpha_2, \delta_1; L_0, n) \\ &\quad - F(\alpha_1, \delta_2; L_0, n) \\ &\quad + F(\alpha_1, \delta_1; L_0, n) \end{aligned} \quad (11)$$

を得る。式(3)を式(11)に代入すると、

$$E_{sky\text{light},l}(x; L_0, n) = \sum_{l=1}^N \sum_{m=1}^M w_{lm}(L_0, n) K_{lm}(x) \quad (12)$$

但し、

$$\begin{aligned} K_{lm}(x) &= P_l(\cos \alpha_2) P_m(\cos \delta_2) \\ &\quad - P_l(\cos \alpha_2) P_m(\cos \delta_1) \\ &\quad - P_l(\cos \alpha_1) P_m(\cos \delta_2) \\ &\quad + P_l(\cos \alpha_1) P_m(\cos \delta_1) \end{aligned} \quad (13)$$

となる。従って、式(12)中の  $K_{lm}(x)$  を各ピクセルごとにあらかじめ行い、これらを基本照度データとして別々に記憶しておけば、それらの重み付き加算を行うだけで、天空輝度分布が変化した場合の天空光度を高速に求めることができる。実際には、1つの帶光源に複数の可視区間が存在するため、それぞれの可視区間に上記の  $K_{lm}(x)$  を求めて加算する。すべての帶光源について同様に  $K_{lm}(x)$  を求め、それぞれの基底関数ごとに加算したものが基本照度データとなる。

提案手法では、各画素ごとに基本照度データを事前に作成しておく。そして、これらの照度データを重み付き加算することで、天空光度を算出する。このようにして求めた天空光度に太陽の直射光度成分を加え合わせることにより、自然光による照度を算出する。

#### 4.2 天空光度関数の算出

太陽位置と天空の状態により、天空輝度分布  $L_0$  が決定され、天空光度関数  $F(\alpha, \delta; L_0, n)$  を求めることができる。但し、天空輝度分布は一般に複雑な分布となるため、 $F(\alpha, \delta; L_0, n)$  を解析的に求ることは困難である。そこで、 $\alpha-\delta$  空間上に適切な個数のサンプル点を格子状に設け、数値積分を用いることにより  $F(\alpha, \delta; L_0, n)$  を算出する。

今、 $\alpha$  方向に  $M_\alpha$  個、 $\delta$  方向に  $M_\delta$  個のサンプル点を設

定したとする。また、サンプル点の間隔を、それぞれ、 $\Delta_\alpha$  および  $\Delta_\delta$  とすると、各サンプル点での天空光度関数の値は、式(2)から、数値積分によって次式により算出される。

$$F_{ij} = \sum_{s=0}^i \sum_{t=0}^j f_{st} \Delta_\alpha \Delta_\delta \quad (i=1, \dots, M_\alpha; j=1, \dots, M_\delta) \quad (14)$$

但し、

$$\begin{aligned} F_{ij} &= F(i\Delta_\alpha, j\Delta_\delta; L_0, n) \\ f_{st} &= f(s\Delta_\alpha, t\Delta_\delta; L_0, n) \end{aligned} \quad (15)$$

であり、 $f(s\Delta_\alpha, t\Delta_\delta; L_0, n)$  は式(9)で表される被積分関数である。式(14)を変形すると次式を得る。

$$\begin{aligned} F_{ij} &= f_{ij} \Delta_\alpha \Delta_\delta + \sum_{s=0}^{i-1} \sum_{t=0}^{j-1} f_{st} \Delta_\alpha \Delta_\delta + \sum_{s=0}^{i-1} \sum_{t=0}^j f_{st} \Delta_\alpha \Delta_\delta \\ &\quad - \sum_{s=0}^{i-1} \sum_{t=0}^{j-1} f_{st} \Delta_\alpha \Delta_\delta \\ &= f_{ij} \Delta_\alpha \Delta_\delta + F_{i-1,j} - F_{i-1,j-1} \end{aligned} \quad (16)$$

すなわち、天空光度関数  $F(\alpha, \delta; L_0, n)$  は式(16)に示される漸化式を用いて、高速に算出することができる。

#### 4.3 重み計算

天空光度関数をルジャンドル多項式を用いて級数展開した時の各ルジャンドル多項式に対する重みは、式(4)で算出する。しかし、前述したように、天空光度関数は計算点の法線ベクトルごとに異なる分布を持つため、法線ベクトルごとに式(4)から重みを求めなくてはならず、多くの計算時間を要する。そこで、以下に述べる手法を用いて重み計算のための時間を短縮する。

各ルジャンドル多項式に対する重みは、式(4)および式(14)から、次式で計算される。

$$\begin{aligned} w_{lm}(L_0, n) &= \frac{(2l+1)(2m+1)}{4} \\ &\quad \left\{ \sum_{i=1}^{M_\alpha} \sum_{j=1}^{M_\delta} F_{ij} P_l(\cos(i\Delta_\alpha)) P_m(\cos(j\Delta_\delta)) \right. \\ &\quad \left. \sin(i\Delta_\alpha) \sin(j\Delta_\delta) \right\} \Delta_\alpha \Delta_\delta \end{aligned} \quad (17)$$

ここで、

$$h_{i,l}^{(a)} = \frac{(2l+1)}{2} P_l(\cos(i\Delta_\alpha)) \sin(i\Delta_\alpha) \Delta_\alpha \quad (i=1, \dots, M_\alpha) \quad (18)$$

$$h_{j,m}^{(\delta)} = \frac{(2m+1)}{2} P_m(\cos(j\Delta_\delta)) \sin(j\Delta_\delta) \Delta_\delta \quad (j=1, \dots, M_\delta) \quad (19)$$

とおくと、式(17)は次式のように書き換えられる。

$$w_{lm}(L_0, n) = \sum_{i=1}^{M_\alpha} \sum_{j=1}^{M_\delta} F_{ij} h_{i,l}^{(a)} h_{j,m}^{(\delta)} \quad (20)$$

$h_{i,l}^{(a)}$  および  $h_{j,m}^{(\delta)}$  は計算点の法線ベクトルには依存しないため、あらかじめ計算し、ルックアップテーブルとして使用することが可能である。これによって、重み計算ごとにルジャンドル多項式を計算する必要がなくな

## 天空光度の基底関数表現を用いた屋外環境下における高速レンダリング手法

るため、重み計算のための時間を短縮することが可能となる。

### 4.4 天空光度の算出と画像生成

ルジャンドル多項式の各項に対応する基本照度データから、最終的な天空光度を計算し、画像を生成する手順を以下に示す。ここで、 $n_{normal}$ は画像中に存在する面の法線ベクトルのうち、それぞれ異なる方向を向く法線ベクトルの数、 $B_{normal}$ は面の法線ベクトルを蓄えておくバッファ、 $B_{weight}$ は天空光度関数  $F(\alpha, \delta, L_0, n)$  をルジャンドル多項式で表現した時の各項にかかる重みを蓄えておくバッファを表す。

(1)  $n_{normal}=0$  とする。

(2) 各画素について以下の処理を繰り返す。

- a)  $B_{normal}[i]$  ( $i=1, \dots, n_{normal}$ ) 中に計算中の画素に対応する面の法線と同一の方向を持つものの( $j$ )があれば、バッファの番号を  $j$  として b)へ。そうでなければ、以下の処理へ進む。

①  $n_{normal}=n_{normal}+1$

②  $B_{normal}[n_{normal}]$  に計算中の画素の面の法線を格納する。

③ ルジャンドル多項式の重み  $w_{ij}$  を算出し、 $B_{weight}[n_{normal}]$  に格納する。

④  $j=n_{normal}$

- b)  $B_{weight}[j]$  に格納されている重みを用いて、ルジャンドル多項式の各項に対応する基本照度データの重み付き加算を行い、天空光度を算出する。

(3) 太陽直射光成分を加え、画像を作成する。

式(12)からわかるように、一旦、前処理として照度データが計算されれば、各法線ベクトルに対する重み  $w_{im}(L_0, n)$  を計算し、照度データの重み付き加算のみで画像生成を行える。

各ルジャンドル多項式に対して、重み計算のために必要な計算量を  $O_w$ 、重み付き加算のために必要な計算量を  $O_s$ 、画像サイズを  $n_x \times n_y$  とすると、ルジャンドル多項式の項数は  $N^2$  項 ( $N$  は天空光度関数を近似するために必要なルジャンドル多項式の次数) であるため、1枚の画像を生成するために要する計算量は、次式で表される。

$$O_s \times N^2 \times n_x \times n_y + O_w \times N^2 \times n_{normal} \quad (21)$$

式(12)から、 $O_s$  は1つのルジャンドル多項式に対して、乗算と加算がそれぞれ1回ずつの計算量である。一方、ルジャンドル多項式にかかる重みは、式(16)を用いて天空光度関数を算出した後に、式(20)から計算される。従って、 $O_w$  は乗算と加算がそれぞれ  $M_\alpha \times M_\delta \times 4$  回ずつの計算量である。例えば、 $M_\alpha = M_\delta = 90$  とすると、

$O_w$  の計算量は乗算と加算がそれぞれ 32,400 回ずつである。従って、この場合、 $O_w$  は  $O_s$  の約 32,400 倍の計算量を必要とする。画像サイズを  $500 \times 500$  とすると、異なる向きを持つ法線ベクトルの数  $n_{normal}$  が約 8 の時、式(21)における第一項と第二項の計算量がほぼ同等となる。一般に、異なる向きを持つ法線ベクトルの数  $n_{normal}$  は数十から数百以上であることが多いため、計算時間の大部分は式(21)における第二項、すなわち、重み計算のために費やされる。画像サイズと基底関数の項数  $N$  を固定した場合、最も計算量の多くなるケースとして、球状の物体を表示する場合が考えられる。この場合、球状の物体が占めるピクセル数と同じ数だけ異なる向きを持つ法線ベクトルが存在するからである。但し、 $O_w$  は、従来法<sup>11</sup>を用いて各ピクセルの照度を求める際の計算量と比較して、極めて小さい。これは、従来法では、各ピクセルの天空光度を計算するために、天空の可視領域を算出し、照度計算を行う必要があるのに対して、提案手法では、前処理の基本照度データ計算において、天空の可視領域計算は行われており、重み計算と基本照度データの重み付き加算のみで天空光度を算出できるためである。従って、この場合でも、従来法と比較すると極めて高速に天空光度を算出することができる。

### 5. 天空光度関数の近似精度

本節では、有限項のルジャンドル多項式を用いて天空光度関数を近似する際の精度について議論する。

天空輝度分布として、CIE 標準晴天空により算出した輝度分布を考え、水平面に対する天空光度関数を式(16)を用いて数値積分により算出し、疑似カラー表示したものを作図3に示す。但し、太陽高度は 50 度に設定した。比較のために、天空輝度分布の疑似カラー表示を作図4に示す。但し、図4は天空を水平面に投影した図である。それぞれ、最大値が赤となるよう正規化し、50 段階で輝度分布を表示したものである。図3および図4から、鋭いピークを持つ天空輝度分布を級数展開するよりも、式(2)で表される天空光度関数を級数展開する方が、より少ない項数で近似することが可能であることがわかる。

この天空光度関数をルジャンドル多項式を用いて級数展開し、有限項で打ち切って近似する。 $\alpha$  を固定し、 $\delta$  を変化させて天空光度関数の形状を調べたところ、3 次多項式で表現される形状とよく似た形状を示したため、近似次数  $N$  (式(3)参照) を 3 として近似した場合の分布と図3に示した分布を真値とした場合の相対誤差分布を作図5に示す。ここで、天空光度関数値が大きな部分での誤差が大きいほど画像に与える影響は大きいた

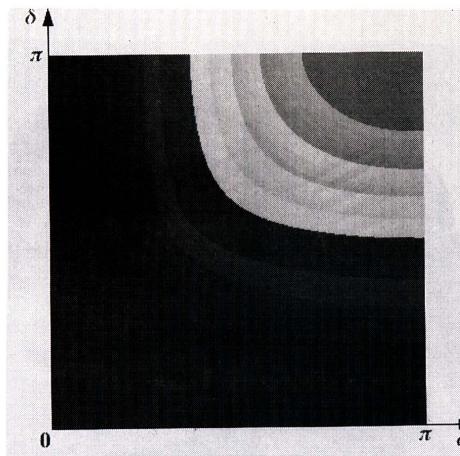


図 3 天空光度関数  
Fig. 3 Sky light illuminance function

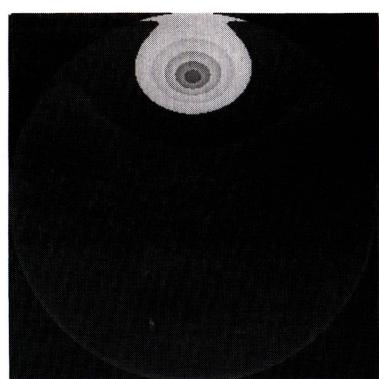
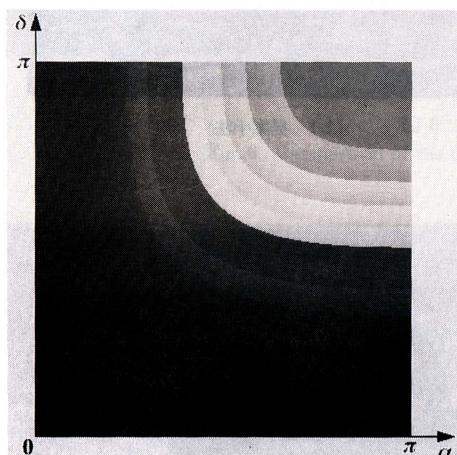
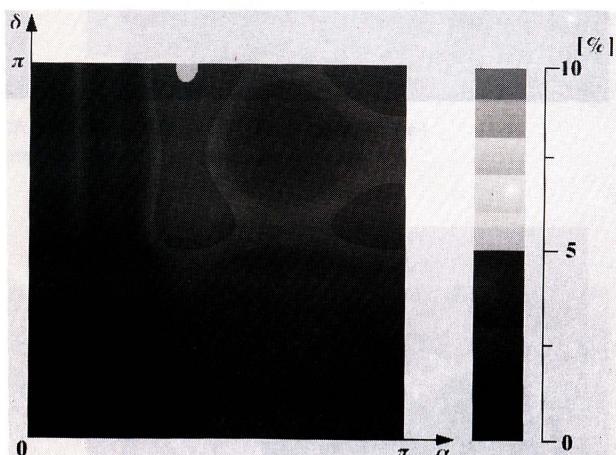


図 4 天空輝度分布  
Fig. 4 Luminous intensity distribution of the sky light



(a) 近似分布



(b) 相対誤差分布

図 5 天空光度関数の近似  
Fig. 5 Approximation of the sky light illuminance function

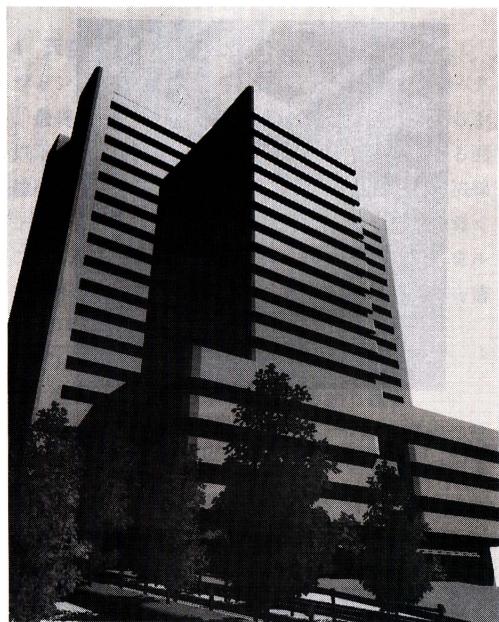
表 1 近似誤差  
Table 1 Approximation error

最大相対誤差	7.38 [%]
平均相対誤差	1.71 [%]

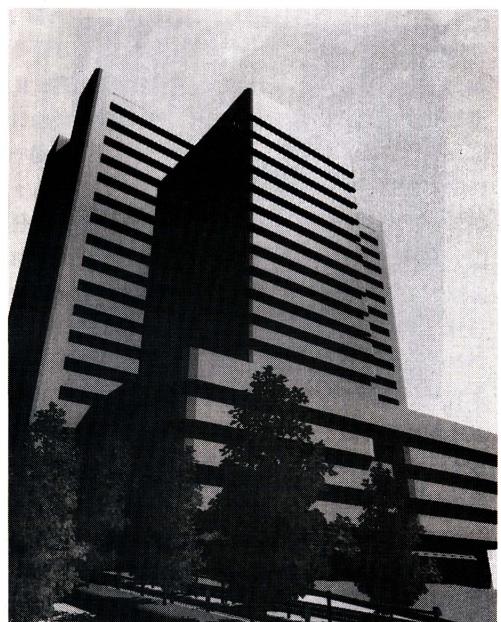
め、真値と近似値の差をとり、これを真値の最大値で割ることにより相対誤差を計算した。また、最大相対誤差および平均相対誤差を表 1 に示す。図 5 および表 1 から、比較的低次の近似であるにもかかわらず、最大相対誤差が 7% 程度であり、よい精度で近似されているのがわかる。更に精度を上げるには、より高次のルジャンドル多項式を用いればよい。

## 6. 適用例

提案手法を屋外における建築物の設計に適用した例を図 6 に示す。図 6(a) は太陽位置を視点側で高度 50 度に設定し、従来法<sup>1)</sup>を用いて作成した画像である。太陽直射光成分についてのみ鏡面反射光成分を考慮している。また、樹木については、参考文献 10) で述べられている手法を用いて表示した。天空輝度分布は CIE 標準晴天空を用いた。提案手法を用いて作成した画像を図 6(b) に示す。近似次数  $N$  (式(3)参照) を 3 に設定しており、ルジャンドル多項式の項数は 9 となる。そのため、前処理として、9 つの基本照度データファイルを作成した。また、図 6(a) の画像サイズは 806 × 1000 であり、9 つの基



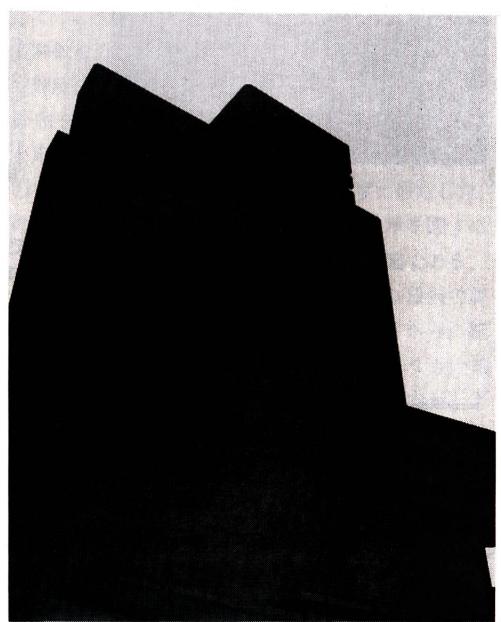
(a) 従来法



(b) 提案手法



(c) 太陽位置の変更

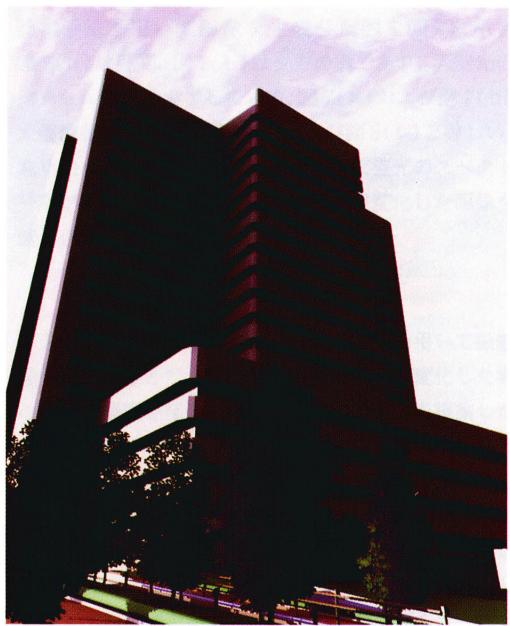


(d) 曇天空

図 6 従来法と提案手法の比較  
Fig. 6 Comparison of the proposed method with the traditional method



(b) 提案手法



(c) 太陽位置の変更

図 6 従来法と提案手法の比較

Fig. 6 Comparison of the proposed method with the traditional method



(a) 昼間



(b) 夕方

図 7 天空光のスペクトル分布を考慮した例

Fig. 7 Examples taking into account the spectral distribution of the sky light

本照度データファイルの総容量は約35[MB]となった。これらの画像間の最大相対誤差は約7[%]であった。これから、提案手法による画像は従来法とほぼ同じ画質であることがわかる。次に、太陽位置を変更し、視点と反対側で高度10度に設定し、提案手法を用いて作成した画像を図6(c)に示す。また、天空輝度分布をCIE標準曇天空に変更し、提案手法を用いて作成した画像を図6(d)に示す。

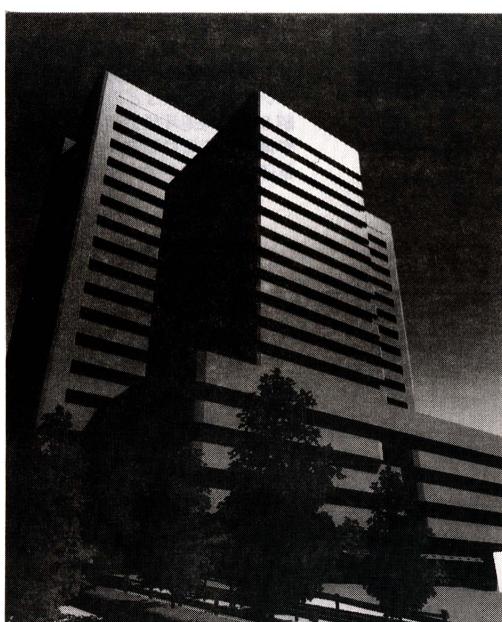
従来法と提案手法の計算時間を表2に示す。提案手法では、一旦、基本照度データを作成しておけば、太陽位置や天空の状態を変更した場合でも非常に高速に画像を生成できることがわかる。また、基本照度データ作成に要する計算時間も従来法により画像を生成する時間と同程度の時間で作成できる。

次に、天空輝度分布を大気拡散モデル<sup>8)</sup>により作成し、

表2 計算時間  
Table 2 Computation time

	図	基本照度計算	画像生成
従来法	図6(a)	—	52.04 [分]
提案手法	図6(b)	55.53 [分]	115.8 [秒]
	図6(c), 図6(d)	—	115.8 [秒]

使用計算機: Silicon Graphics IRIS Indigo 2



(a) 昼間

提案手法を用いて画像を生成した例を図7に示す。図7(a)は昼間、図7(b)は夕方の例であり、天空光のスペクトル分布を考慮している。図7(a)および図7(b)の太陽位置はそれぞれ図6(b)および図6(c)と等しい。提案手法を用いれば、太陽高度により天空光のスペクトル分布が変化し、その結果、建物の色が変化した画像を高速に作成することができる。

## 7. むすび

天空光強度関数をルジャンドル多項式を用いて級数展開表現することで太陽位置や天空の状態が変化した場合の天空光強度を極めて高速に算出する手法を提案した。提案手法を用いれば、時刻や季節あるいは晴天・曇天などの天空の状態の変化に応じた屋外建築物の表示を短時間で行うことができる。

今後の課題として、視点・注視点の位置を変更した場合でも高速に画像生成を行うことができる照度マッピング法と提案手法を組み合わせることが挙げられる。これにより、天空の状態と視点に関するパラメータの両者を変更した場合でも高速に画像を作成することが可能となる。また、天空光による鏡面反射光成分を考慮する手法を開発することも、より現実に近い建築物の景観評価用画像を作成する上で重要な課題である。

(1995年1月23日受付)



(b) 夕方

図7 天空光のスペクトル分布を考慮した例  
Fig. 7 Examples taking into account the spectral distribution of the sky light

# 天空光照射の基底関数表現を用いた屋外環境下における高速レンダリング手法

## 参考文献

- 1) T. Nishita, E. Nakamae : "Continuous Tone Representation of Three-Dimensional Objects Illuminated by Sky Light", Computer Graphics, Vol. 20, No. 4, pp. 125-132 (1986).
- 2) K. Kaneda, T. Okamoto, E. Nakamae and T. Nishita : "Photorealistic Image Synthesis for Outdoor Scenery under Various Atmospheric Conditions", The Visual Computer, Vol. 7, No. 5 & 6, pp. 247-258 (1991).
- 3) K. Tadamura, E. Nakamae, H. Yamashita and T. Nishita : "Modeling of Skylight and Rendering of Outdoor Scenes", Computer Graphics Forum, Vol. 12, No. 3, pp. 189-200 (1993).
- 4) J. S. Nimeroff, E. Simoncelli and J. Dorsey : "Efficient Rendering of Naturally Illuminated Environments", Proceedings of 5th Eurographics Workshop on Rendering, pp. 359-373 (1994).
- 5) J. T. Kajiya : "The Rendering Equation", Computer Graphics, Vol. 20, No. 4, pp. 143-150 (1986).
- 6) C. Schoeneman, J. Dorsey, B. Smits, J. Arvo and D. P. Greenberg : "Painting with Light", Computer Graphics (Proceedings of SIGGRAPH '93), pp. 143-146 (1993).
- 7) 照明学会：“ライティングハンドブック”，オーム社 (1987).
- 8) R. V. Klassen : "Modeling the Effect of the Atmosphere on Light", ACM Trans. on Graphics, Vol. 6, No. 3, pp. 215-237 (1987).
- 9) 小野寺嘉孝：“物理のための応用数学”，裳華房 (1988).
- 10) S. Takita, K. Kaneda, T. Akinobu, H. Iriyama, E. Nakamae and T. Nishita : "A Simple Method for Rendering Penumbra Caused by Sunlight", The Visual Computer, Vol. 7, No. 5 & 6, pp. 187-201 (1991).

## 土橋 宜典



平4, 広島大学工学部第二類(電気系)卒。平6, 同大学院工学研究科システム工学専攻博士課程前期修了。現在、同専攻博士課程後期在学中。コンピュータグラフィックスについて、照明シミュレーション、景観予測などの研究に従事。情報処理学会会員。

## 金田 和文



## 山下 英生



昭57, 広島大学工学部第二類(電気系)卒。昭59, 同大学院工学研究科博士課程前期修了。同年、中国電力(株)入社。昭61より広島大学工学部第二類(電気系)助手。平3より1年間、米国プリガムヤング大学へ出張。主として、コンピュータグラフィックス、画像処理の研究・開発に従事。工学博士。電子情報通信学会など3学会に所属。

昭39, 広島大学工学部電気工学科卒。昭43, 広島大学大学院修士課程修了。同年、広島大学工学部電気工学科助手。平4, 同教授第二類(電気系)電気機器工学教育科目担当。この間(昭56.2~1年6ヶ月間), アメリカ・クラークソン工科大学へ出張。主として、有限要素法による電気機器の電界・磁界解析、逆問題解法、サイエンティフィックビジュアライゼーションに関する研究に従事。工学博士。電気学会、電子情報通信学会、情報処理学会、日本シミュレーション学会、日本AEM学会、IEEE、ACM, 各会員。

## 西田 友是 (正会員)



昭46, 広島大学工学部電気工学科卒。昭48, 同大学院工学研究科修了。同年、マツダ入社。昭54, 福山大学工学部電子電気工学科講師。昭59, 同大助教授。昭63.4~1年間、米国プリガムヤング大学客員研究員。平2, 福山大学教授。コンピュータグラフィックスに関して、3次元物体のリアルな表現法、照明シミュレーション、景観予測などの研究に従事。昭62、情報処理学会研究賞受賞。工学博士。情報処理学会、電気学会、電子情報通信学会、ACM, 各会員。