

線光源により照射された三次元物体の陰影表示

西田友是 中前栄八郎

## 線光源により照射された三次元物体の陰影表示†

西田 友是‡‡ 中前 栄八郎‡‡‡

三次元物体の陰影表示に関して、近年、隠面消去問題に加え、より現実感のある画像を得るための種々の研究がなされている。しかし、これらの研究は texture、反射等の物体の性質に主眼をおいてなされているものが多く、光源は平行光線あるいは点光源に限られている。本論文では、光源が線光源の場合の三次元物体の陰影表示について、照度計算を精度よく行うことにより、現実感のある画像を表示する一つの方法を提案している。線光源の場合、平行光線、点光源に比べて、影の形状が複雑となり、またその境界がぼけたものになるため、濃淡付け（照度計算）が複雑となる。そこで、これらの問題の解決法について述べている。本論文の特徴は次のとおりである。1) 半影中を含み、照度計算を精度よく行うので、現実感のある画像が得られ、照明設計への応用が可能である。2) 三次元物体を凸多面体の集合として取り扱うことにより、半影および本影を生じさせる空間を容易に決定できる。3) 隠面消去のための図形走査の前に、各面上の影（本影、半影）の領域をあらかじめ求めておくことにより、照度計算が容易となる。

## 1. ま え が き

計算機により創成された三次元物体を、カラー陰影透視図法により表示することは、各種機器および建築物の CAD に有用である。この陰影表示の研究は、当初隠面消去の研究が中心であったが、近年では、より現実感のある画像を表示する手段として、texture<sup>1)</sup> (図柄、材質感の表示)、光の反射、透過、屈折効果<sup>2)</sup> 等、物体の性質に主眼をおいた研究がおもになされてきた。しかし、これらの研究では、光源は平行光線あるいは点光源に限られている。

筆者らは点光源に配光曲線を考慮し、より現実感のある画像の創成の検討を行ったが<sup>3)</sup>、この場合も物体により生ずる影と光の当たる部分との境界が判然とし、影はいわゆる本影のみとなる。フィルタの使用により近似的に影をぼかす手法が提案されているが<sup>4)</sup>、これは照度計算によるものではなく、まったくアニメーション手法としての効果しかない。このような現状に対して、Athertonらは今後検討すべき問題として、半影 (penumbra) および本影 (umbra) を有するような光源に対する処理方法の開発の必要性を指摘している<sup>5)</sup>。室内の照明設計への応用を考える場合は、とくに蛍光灯のような線光源について検討することは有用であろう。

線光源を考える場合、表示しようとする物体による影の形状が複雑となると同時に、その半影中の影の濃淡 (照度) は微妙に変化し、影の境界も判然としなくなる。

本論文では、線光源により照らし出された複数の三次元物体の照度を精度よく計算することにより、現実感のある画像を表示する方法を提案している。また、適用例を示し、その有用性を示している。

## 2. 付影処理の考え方

今回提案する付影処理の考え方を明確にするために、平行光線および点光源に関して、現在までに開発されている3種類の方法を説明する。

第一の方法は、隠面消去と影を求める処理の両者を、各走査線ごとに行う方法である<sup>6), 7)</sup>。次に、第二の方法は、隠面消去の前に各面上の影の領域を求めておく方法である<sup>8), 9)</sup>。そして、第三の方法は、隠面消去の前に影を生じさせる空間を求めておく方法である<sup>9)</sup>。第一の方法は処理時間が、また、第二および第三の方法は記憶容量が問題となる。

線光源を考える場合、これらの方法のいずれもそのまま適用することはできないので、本論文では、第二の方法のあらかじめ面上の影の領域を求めておく考え方、および第三の方法の影を生じさせる空間の考え方を組み合わせた方法を提案する。すなわち、まず、半影および本影を生じさせる空間 (以下、半影多面体、本影多面体と呼ぶ) を物体データに付加し、それらの空間を用いて各物体上の半影および本影の領域を求めておき、隠面消去の際、各走査線ごとに影を表示する

† Half-tone Representation of 3-D Objects Illuminated by Linear Sources by TOMOYUKI NISHITA (Faculty of Engineering, Fukuyama University) and EIHACHIRO NAKAMAE (Faculty of Engineering, Hiroshima University).

‡ 福山大学工学部電子電気工学科  
‡‡ 広島大学工学部第2類 (電気系)

方法である。この方法は、付加データが多少多くなる欠点があるが、半影および本影の領域をあらかじめ知ることができるので、各点の照度計算が容易となる利点がある。また、面光源、多面体光源に対しても拡張可能な方法である。

3. 線光源を考慮した三次元物体の陰影表示

3.1 準備

本論文では、三次元物体を凸多面体（凸多角形を含む）の集合として取り扱う。また、線光源は完全拡散性の光源とする。

文献3) または 8) と重複するものもあるが、説明の都合上、次の定義を与える。

凸多面体の構成面の法線ベクトルは外部を向くものとし、その構成面は物体外部から見て右回りの頂点列で与える。構成面の法線ベクトルが視点または線光源の各端点を向いているものを、それぞれに対する表の面 (front face)、その他の面を裏の面 (back face) とする (付1式参照)。また、表の面と裏の面との稜線を輪郭線分、そのつながりを輪郭線とする。ここで輪郭線は視点 (または光源の各端点) から見て右回りの凸多角形となる。

3.2 概略手順

隠面消去およびシェーディングの処理の概略手順は次のとおりである。

(1) 物体データ、視点、注視点、視野角および光源を入力する。

(2) 視野内の各物体の頂点を透視面上へ座標変換し、視点に対する面の向きを判定する。

(3) 視点から見た凸多面体の輪郭線を利用し、透視面上での凸多面体同志の交差判定を行い、交差するものについては、視点に対する前後関係を求め、物体単位に優先順位を与える。

(4) 各物体の面と光源との位置関係により面を分類し、影を求める必要のある面か、または陰の面かを判定する。

(5) 各物体について、半影を生じさせる空間および本影を生じさせる空間を求める。

(6) 各物体の可視面について、影を落とす物体を抽出し、面上の影の領域を求める。

(7) 透視面上を上から下へと走査し、各走査線ごとに隠面消去を行い、影 (半影、本影) の区間を求め、表示する色を決定し、CRT へ出力する\*。

ここで、(4)から(6)は光源数だけ繰り返される。

なお、(4)、(5)は視点に関係なく処理できるから、光源の位置が固定されて、視点に変化する場合には、これらの処理は(1)の後で行うほうが好ましい。

本論文では、(4)から(7)の処理について述べる (他は文献3), 8) 参照)。

3.3 物体構成面の分類

影の処理および照度計算を容易にするため、面を次の3種類に分類する。すなわち、ある面Sと線光源の端点  $Q_1, Q_2$  との位置関係を (付1) の関数  $F_s$  を用いて判定すると、

a) 光源の両端点に対して表となる面

$$F_s(Q_1) \geq 0 \text{ かつ } F_s(Q_2) \geq 0$$

( $F_s(Q_1)=F_s(Q_2)=0$  を除く) (1)

b) 光源の一端点のみに対して表となる面

$$F_s(Q_1) \cdot F_s(Q_2) < 0 \quad (2)$$

c) 光源の両端点に対して裏となる面

$$F_s(Q_1) \leq 0 \text{ かつ } F_s(Q_2) \leq 0 \quad (3)$$

となる。ここで b) の面は、光源の一部の光が面を照射することを意味するから、照度計算の際はその面を含む平面で光源を切断し、面を照射する部分を新たな光源とみなす。また、c) の面は全く光の当たらない面であるから、可視面のうち a) と b) の面のみが他の物体により生じる影を求める必要のある面である。

3.4 影の抽出

線光源による影は、前述のように本影と半影とからなる。これらの影の求め方を以下に述べる。

図1に示すように、光源から見て凸多面体Vより遠方に存在する任意の平面Fを考える。線光源の両端点

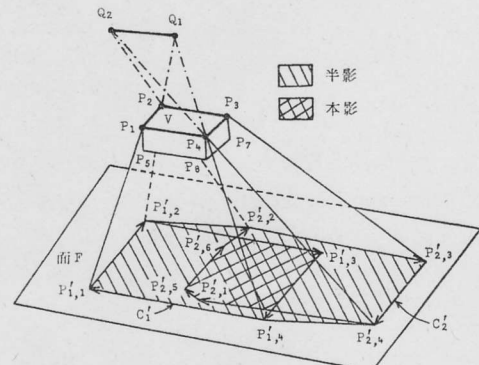


図1 半影および本影の領域  
Fig. 1 Areas of penumbra and umbra.

\* 実際には、プログラムに対する許容記憶容量の点から、(1)から(3)の処理後に隠面消去を行い、一時、フレームバッファに可視面を記憶し、その後(4)以後の処理を加える方法を用いた。

Q1  
C2  
れ  
(E  
包  
影  
  
Q1  
空  
お。  
V1  
ら  
に  
る。  
3  
凸  
点  
  
(n1  
[Q1  
れS  
光  
よ  
1)  
ない  
こ  
満た  
  
こ  
を左  
PR  
点と  
P5, P  
分Q  
には、  
この  
上  
と本  
半

\* (4  
が  
の!



できるから、  
場合には、  
しい。  
いて述べる

め、面を次  
と線光源の  
数  $F_s$  を用

く) (1)

る面

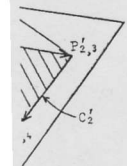
(2)

(3)

の光が面を照  
はその面を  
部分新たな  
り当たらない  
面のみが他の  
面である。

と半影とから  
る。

面体Vより遠  
光源の両端点



ombra.

点から、(1)か  
ムバッファに可  
法を用いた。

$Q_1, Q_2$  から見た凸多面体Vのそれぞれの輪郭線を  $C_1, C_2$  とし、これらの輪郭線を平面F上に投影する。これらの投影された輪郭線  $C_1', C_2'$  の共通部分が本影(図中クロスハッチング部)である。また、 $C_1', C_2'$  を包含する最小の凸多角形のうち、本影以外の部分が半影(図中ハッチング部)である。

この考え方を三次元空間上へ拡張する。すなわち、 $Q_1$  または  $Q_2$  と V により影を生じさせる閉じてない空間 (shadow volume) をそれぞれ  $V_1, V_2$  とし、 $V_1$  および  $V_2$  を包含する最小の凸多面体を半影多面体、 $V_1$  および  $V_2$  の共通部分を本影多面体とする。これらの多面体と各物体の面との位置関係を用いて、以下に述べる方法により、影の有無および影の領域を求める。

### 3.4.1 半影多面体および本影多面体

準備として次の記号を与える。n個の頂点からなる凸多面体Vの構成頂点を  $P_k (k=1, 2, \dots, n)$ 、光源の端点  $Q_l (l=1, 2)$  から見た輪郭線を

$$C_l [P_{1,i}, \dots, P_{l,i}, P_{l,i+1}, \dots, P_{l,n_i}]$$

( $n_i$  は  $Q_l$  から見た際の輪郭線の構成頂点数)、また  $[Q_1, Q_2, P_{l,i}], [P_{l,i}, P_{l,i+1}, Q_l]$  を含む平面をそれぞれ  $S_{l,i}, \hat{S}_{l,i}$  とする。

光源と凸多面体との位置関係により、半影多面体および本影多面体を次の二つに分類する。

1) ケースA: 線分  $Q_1Q_2$  を含む直線がVと交差しない場合 (図1参照)

これは、(4)式を満たす頂点  $P_{l,i}$  および(5)式を満たす頂点  $P_{l,i}$  がともに存在する場合に相当する\*。

$$FS_{l,i}(P_{l,i-1}) \geq 0 \text{ かつ } FS_{l,i}(P_{l,i+1}) \geq 0 \quad (4)$$

$$FS_{l,i}(P_{l,i-1}) \leq 0 \text{ かつ } FS_{l,i}(P_{l,i+1}) \leq 0 \quad (5)$$

ここで、 $l$  は1または2であり、(4)式を満たすものを左臨界頂点  $P_L$ 、(5)式を満たすものを右臨界頂点  $P_R$  とすると、 $P_L, P_R$  は必ず  $C_1$  および  $C_2$  の共通頂点となる (図1では  $C_1$  は  $[P_1, P_2, P_3, P_4]$ 、 $C_2$  は  $[P_1, P_5, P_6, P_2, P_3, P_4]$ 、 $P_L$  は  $P_4$ 、 $P_R$  は  $P_2$ )。ただし、線分  $Q_1Q_2$  とVの輪郭線が同一平面上に存在する場合には、(4)、(5)式を満たす頂点が複数個存在するが、この場合は  $P_L, P_R$  それぞれ一頂点を選択する。

上述の  $P_L, P_R, C_1$  および  $C_2$  を用いて、半影多面体と本影多面体を次のように定める。

半影多面体は以下の4種類の平面に囲まれた空間で

ある。

i)  $C_1$  の構成頂点のうち、 $P_L$  から  $P_R$  まで右回りにたどる頂点列において、隣接する頂点  $P_{1,i}, P_{1,i+1}$  と  $Q_1$  を含む平面 (図1では  $[Q_1, P_4, P_1]$ 、 $[Q_1, P_1, P_2]$  等)。

ii)  $C_2$  の構成頂点のうち、 $P_R$  から  $P_L$  まで右回りにたどる頂点列において、隣接する頂点  $P_{2,j}, P_{2,j+1}$  と  $Q_2$  を含む平面 (図1では  $[Q_2, P_2, P_3]$ 、 $[Q_2, P_3, P_4]$  等)。

iii)  $[Q_2, Q_1, P_L]$ 、 $[Q_1, Q_2, P_R]$  を含む2平面 (図1では  $[Q_1, Q_2, P_2]$ 、 $[Q_2, Q_1, P_4]$ )。

iv) Vの構成面のうち(1)式を満たす面。

本影多面体は以下の3種類の平面に囲まれた空間である。

i)  $C_1$  の構成頂点のうち、 $P_R$  から  $P_L$  まで右回りにたどる頂点列において、隣接する頂点  $P_{1,i}, P_{1,i+1}$  と  $Q_1$  を含む平面 (図1では  $[Q_1, P_2, P_3]$ 、 $[Q_1, P_3, P_4]$  等)。

ii)  $C_2$  の構成頂点のうち、 $P_L$  から  $P_R$  まで右回りにたどる頂点列において、隣接する頂点  $P_{2,j}, P_{2,j+1}$  と  $Q_2$  を含む平面 (図1では  $[Q_2, P_4, P_1]$ 、 $[Q_2, P_1, P_5]$  等)。

iii) Vの構成面のうち(1)式および(2)式を満たす面。

2) ケースB: 線分  $Q_1Q_2$  を含む直線がVと交差する場合 (図2参照)。

$Q_1$  と  $C_1$  によって構成される底面のない多角錐を考え、この多角錐内に  $Q_2$  が存在するなら、 $Q_1$  と  $Q_2$  を入れ換えるものとする。ここで多角錐内に  $Q_2$  が存

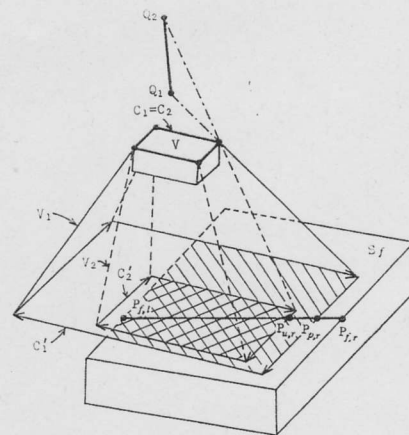


図2 面上の影の領域  
Fig. 2 Areas of shadow on a face.

\* (4)式は、 $[Q_1, Q_2, P_{l,i}]$  を含む平面  $S_{l,i}$  に対して、Vの全頂点が同一半空間側に存在することを意味し、(5)式は、全頂点がその反対側の半空間に存在することを意味する。

在するのは、多角錐の構成面  $S_{i,1}$  のすべてに対して次式が成立する場合である。

$$F_{S_{i,1}}(Q_2) \geq 0 \quad (6)$$

半影多面体は次の2種類の平面に囲まれた空間となる。

- i)  $C_1$  の隣接する頂点と  $Q_1$  を含む平面
  - ii)  $V$  の構成面のうち、 $Q_1$  に対して表となる面
- また、本影多面体は次の2種類の平面に囲まれた空間となる。

- i)  $C_2$  の隣接する頂点と  $Q_2$  を含む平面
- ii)  $V$  の構成面のうち、 $Q_2$  に対して表となる面

ケースBの場合は、図2に示すように  $C_1'$  と  $C_2'$  は決して交差しえないという性質がある。

なお、半影および本影を生じる空間は、付録(2)に示すように簡単な形式で記述できる。

### 3.4.2 面上の影の抽出

ある面  $S_r$  上に凸多面体  $V$  の影を生じるか否かの判定方法について述べる。ただし、影を生じる可能性のある面は3.3節で述べた a) および b) の面である。

半影多面体は本影多面体を常に包含するから、第一段階として、半影多面体を用いて影の有無の判定を行う。まず、 $V$  の半影多面体と  $S_r$  との交差判定を行う。これらが交差しえない場合は影を生じず、交差する場合は影を生じる。交差する場合には半影多面体を構成する  $V$  上の頂点 (図1では  $P_4, P_1, P_2, P_3$ ) を面  $S_r$  上に投影<sup>\*</sup>し、半影の領域を求めると、図1において、 $F$  を説明の都合上  $S_r$  であると仮定すると、半影の領域は  $[P'_{1,1}, P'_{1,2}, P'_{2,2}, P'_{2,3}, P'_{2,4}, P'_{1,4}]$  の点列により構成されるループ (以後これを半影ループと呼ぶ) である。ただし、光源の端点が投影すべき頂点より面  $S_r$  に近い場合は、面  $S_r$  上に投影できない頂点が生じる。その場合は、後述の3.5.2項で述べるように特別な処理を必要とするので、ここでは影を落とす物体番号のみを記憶しておく。

第二段階として、本影多面体を用いて、半影の場合と同じ手法により、本影の有無および本影の領域を求める。なお、求めた影の領域は透視面座標系に変換して記憶する。ただし、ケースAの場合、本影の領域を記憶するための点列 (図1では  $[P'_{1,2}, P'_{1,3}, P'_{1,4}, P'_{2,4}, P'_{2,1}, P'_{2,5}, P'_{2,6}, P'_{2,2}]$ ) が構成するループ (以後、仮想本影ループと呼ぶ) はねじれたものとなる。このようにねじれた場合は、ループが右回りに囲む領

\* 面  $S_r$  上への投影は(付3)(付4)式と同様な式で求まる。

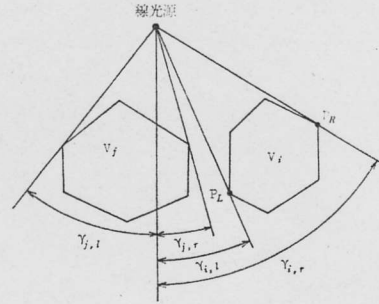


図3 互いに影を落とさない物体の抽出  
Fig. 3 Searching for the objects which don't cast their shadows on each other.

域のみが実際の本影の領域であり、左回りに囲まれた領域は半影の領域の一部である。

以上に述べた、 $S_r$  と影を生じる空間との交差判定の処理時間を短縮するために、前述の3.4.1項のケースAの場合は次の前処理を行う。すなわち、三次元上の判定を一次元上の問題に変換して判定を行う。

図3に示すような、線光源を軸とした円柱座標系を考え、回転角  $\gamma$  は鉛直線を基準にとる。ケースAに属する二つの凸多面体  $V_i, V_j$  を考える場合、 $V_i$  および  $V_j$  の存在範囲の最小および最大角をそれぞれ  $\gamma_{i,l}, \gamma_{i,r}$  および  $\gamma_{j,l}, \gamma_{j,r}$  とすると、次式を満足する場合には、 $V_i$  と  $V_j$  は互いに影を生じさせる可能性はないことがわかる。

$$\gamma_{i,r} < \gamma_{j,l} \text{ または } \gamma_{j,r} < \gamma_{i,l} \quad (7)$$

なお、 $\gamma_{i,l}, \gamma_{i,r}$  は前述の臨界頂点  $P_L, P_R$  より求めておく。

### 3.5 シェーディング

表示画面上の各点の輝度または色は、その点を含む面の反射係数 ( $R, G, B$  の各成分で与えられる) およびその点の照度により決まる。この照度を求めるには影の影響を考慮する必要がある。以下に、影の落ちない領域の照度計算法、影の区間の求め方、および影 (半影) の領域の照度計算法について述べる。

#### 3.5.1 影の落ちない領域の照度計算

面  $S_r$  上の任意の点  $P$  の照度の計算法について述べる。図4(a)に示すように、線光源の全長を  $L$ 、単位長当りの輝度を  $I$ 、線光源  $Q_1Q_2$  上の任意の点を  $Q$ 、ベクトル  $PQ$  と面  $S_r$  の法線ベクトル  $N_r$  とのなす角を  $\beta$ 、線光源と  $PQ$  とのなす角を  $\theta$ 、端点  $Q_1$  と点  $Q$  との距離を  $l$ 、 $PQ$  の長さを  $r$  とすると、点  $P$  の照度は一般に次式で与えられる。

面  
て計  
を  
む直  
 $Q_2$   
 $i$   
 $=0$   
面  
た、

ここ  
のな  
(9  
中の  
 $e_n(u)$

ここで  
比でま  
たは  
よび策  
り、し  
当なし  
光源の

\* 面  $S_r$   
 $F_{S_r}$

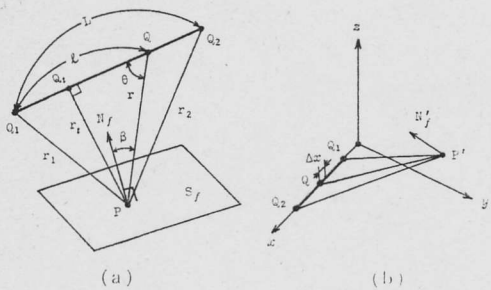


図4 照度計算  
Fig. 4 Calculation of illuminance.

$$E = I \int_0^L \frac{\sin \theta}{r^2} \cos \beta dl \quad (8)$$

処理時間を短縮するため、次の三つのケースに分けて計算を行う。ここで、線光源の単位長さのベクトルを  $L$ 、 $L$  に垂直で点  $P$  を含む平面を  $S_l$ 、線光源を含む直線と面  $S_l$  との交点を  $Q_l$ 、 $P$  と  $Q_l$ 、 $P$  と  $Q_l$ 、 $P$  と  $Q_2$  との距離をそれぞれ  $r_l$ 、 $r_1$ 、 $r_2$  とする。

i) ケース A: 線光源と面  $S_f$  が平行な場合 ( $N_f \cdot L = 0$ )

面  $S_f$  と線分  $Q_1Q_2$  が交差する場合は (9) 式で、また、交差しない場合は (10) 式で表される。

$$E = (0.5I/r_l)(\alpha_1 + \sin \alpha_1 \cos \alpha_1 + \alpha_2 + \sin \alpha_2 \cos \alpha_2) \cos \beta \quad (9)$$

$$E = (0.5I/r_l)|\alpha_1 + \sin \alpha_1 \cos \alpha_1 - \alpha_2 - \sin \alpha_2 \cos \alpha_2| \cos \beta \quad (10)$$

ここで、 $\alpha_1$ 、 $\alpha_2$  はそれぞれ  $PQ_1$  と  $PQ_2$  と  $PQ_1$  と  $PQ_2$  のなす角である。

(9)、(10) 式の計算時間を節約するため、まず、式中の  $0.5(\alpha_l + \sin \alpha_l \cos \alpha_l)$  ( $l=1, 2$ ) の近似式を与える  $e_n(u)$  を与える。

$$e_n(u) = \begin{cases} u & (|u| \leq U_1) \\ u(1 - (2/3)u^2 + (3/5)u^4 - (7/4)u^6) & (U_1 < |u| \leq U_2) \\ 0.5 \{ \tan^{-1} u + u/(1+u^2) \} & (U_2 < |u|) \end{cases} \quad (11)$$

ここで  $u$  は、 $Q_l$  と光源の各端点との距離と、 $r_l$  との比であり、 $Q_1$ 、 $Q_2$  に対してそれぞれ  $u = F_{S_l}(Q_1)/r_l$  または  $F_{S_l}(Q_2)/r_l$  で表わされる\*。(11) 式の第 1 式および第 2 式は  $u$  の小さい範囲に適用できる近似式であり、したがって、 $e_n(u)$  が許容誤差内に入るような適当な  $U_1$ 、 $U_2$  を与える必要がある。ところで、 $u$  は、光源の端点が平面  $S_l$  のどちら側の半空間に存在する

\* 面  $S_l$  は点  $P$  を含み、かつその法線ベクトルは  $L$  であるから、 $F_{S_l}(Q) = (Q-P) \cdot L$  となる。

かによりその符号が異なる。また (9)、(10) 式中の  $r_l$  および  $\cos \beta$  はそれぞれ  $r_l = \sqrt{r_l^2 - F_{S_l}(Q_l)^2}$ 、 $\cos \beta = F_{S_l}(Q_l)/r_l$  で表されるから、これらを上述の  $e_n(u)$  とともに (9)、(10) 式に適用すると、両者は次式にまとめて表現できる。

$$E = I |e_n(F_{S_l}(Q_1)/r_l) - e_n(F_{S_l}(Q_2)/r_l)| F_{S_l}(Q_1)/r_l^2 \quad (12)$$

ii) ケース B: 線光源と面  $S_f$  が垂直な場合 ( $N_f \cdot L = 0$ )

$$E = I |r_1^{-2} - r_2^{-2}| r_l/2 \quad (13)$$

iii) ケース C: ケース A, B 以外の場合

(8) 式の積分を簡単にするために、線光源を  $x$  軸上に一致させ、点  $P$  を  $yz$  平面上になるように座標変換を行った後、数値積分を行う。すなわち、図 4 (b) に示すように、変換後の点  $Q_1$ 、 $Q_2$ 、 $P$  の各座標をそれぞれ  $Q_1'(x_1', 0, 0)$ 、 $Q_2'(x_2', 0, 0)$ 、 $P'(0, y_P', z_P')$ 、また、面  $S_f$  の法線ベクトルを  $N_f'(a_f', b_f', c_f')$  とすると、(8) 式は次式で表わせる。

$$E = I \sqrt{y_P'^2 + z_P'^2} \times \int_{x_1'}^{x_2'} (a_f'x - b_f'y_P' - c_f'z_P') / (x^2 + y_P'^2 + z_P'^2) dx \quad (14)$$

光源から点  $P$  が離れるに従って数値積分のための増分  $\Delta x$  を大きくしても誤差は許容できるようになるから、増分  $\Delta x$  を  $\min(r_1, r_2)/L$  の関数として与えることにより処理時間の短縮を計ることができる。

### 3.5.2 走査線上の影の区間の抽出

表示しようとする各点が影となるか否かを知るために、各走査線ごとに、以下の方法で影の区間を抽出する。

ある面  $S_f$  上の影は、一般には複数個の凸多面体により生じるが、説明を簡単にするため、影が一つの凸

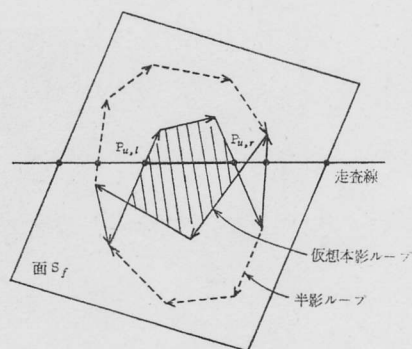


図5 走査線上の影の区間  
Fig. 5 Sections of umbra on a scan line.



多面体により生じる場合について述べる。

半影は常に本影を包含するから、まず、走査線と半影の領域との交差判定を行う。交差しない場合はその走査線上には影はなく、交差する場合はさらに本影の領域との交差判定を行う。ここで、半影ループは必ず右回りの凸多角形であるから、交差判定は容易であるが、仮想本影ループは必ずしも凸多角形とは限らない。したがって、次の方法により本影の区間を求める必要がある。

実際の本影の領域は、3.4.2項で述べたように仮想本影ループが右回りに囲む領域である。したがって図5に示すように、走査線と仮想本影ループとの交差判定を行い、交差する場合にはループ構成線分の左側を切り捨てる。この処理をすべてのループ構成線分について行うと、最終的に本影の区間  $[P_{u,r}, P_{u,r}]$  が残る。

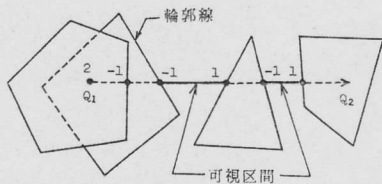


図6 可視区間の抽出  
Fig. 6 Decision of visible parts.

一方、3.4.2項で述べたように、面上の影の領域が求まっていない場合がある。この場合には三次元空間上で処理する必要がある。すなわち、走査線と視点を含む平面と、面  $S_i$  との交線 (図2を例にとると線分  $P_{f,i}P_{f,i}$ ) を求め、この交線が半影多面体および本影多面体により切り取られる部分 (図2の線分  $P_{f,i}P_{f,i}$  および  $P_{f,i}P_{u,i}$ ) を求め、それらを透視面上に投影すると、それらは走査線上の影の区間となる。

3.5.3 半影中の照度計算

半影は、ある点Pから線光源を見た際、1個または複数個の物体により光源の一部が隠される場合に生じる。したがって、点Pから見た際の線光源の可視部分を新たな線光源として照度計算をすればよい。この可視部分の判定には隠線除去の際の不可視度数<sup>10)</sup>の考え方が用いられる。以下にその抽出法について述べる。

- i) 点Pを半影の領域に含むすべての凸多面体について、P点から見た輪郭線を求める。
- ii) 点Pから見た線光源  $Q_1Q_2$  と各凸多面体の輪郭線との交差判定をする (付録(3)参照)。交差する場合に、 $Q_1$  側が可視かまたは  $Q_2$  側が可視かは、(付4)式 の分母の符号 (正なら  $Q_1$  側が可視) により判定する。
- iii) すべての交点を  $Q_1$  に近い順に並び替えれば、 $Q_1$  から出発し、不可視度数がゼロとなる部分が可視

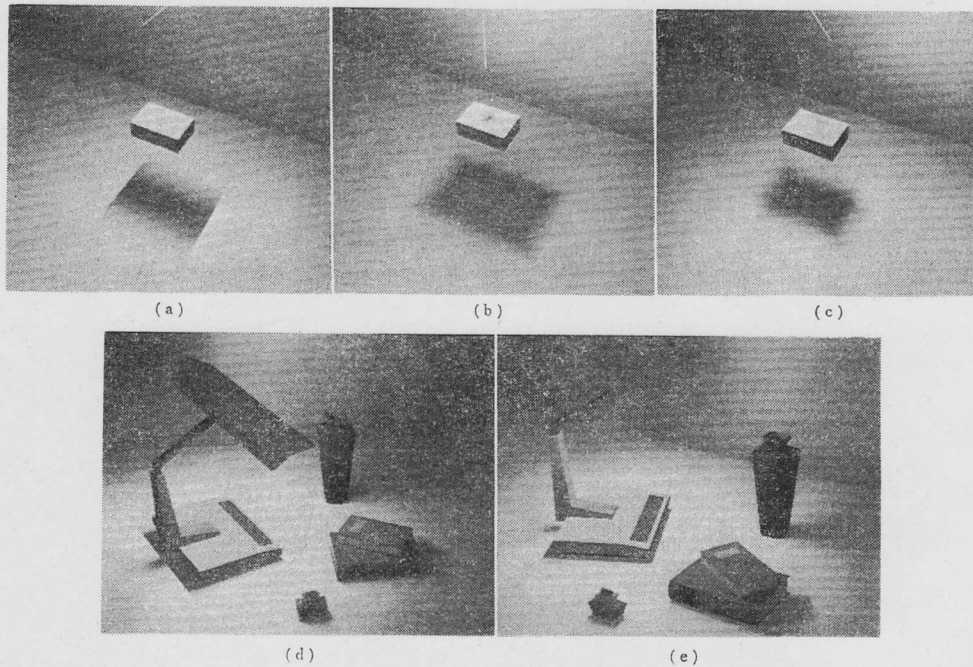


図7 適用例  
Fig. 7 Examples.

区  
ル  
合  
面  
(d  
一  
れ  
ト  
ほ  
お  
(主  
フル  
ル)  
法  
示  
る  
1  
く  
の  
成  
とし  
せる  
図形  
あら  
算カ  
の照  
種手  
効率  
表示  
本手  
謝  
どで  
び福  
1)  
2)

影の領域が三次元空間線と視点をとると線分および本影分  $P_{r,i}, P_{r,r}$  上に投影す

1個または5場合に生じ、可視部分が多い。この可視部分の考慮について述べる。凸多面体につ

凸多面体の輪郭を交差する場合は、(付4)式により判定する。替えれば、可視部分が可視

区間となる (図6参照)。

### 4. 適用例

図7に適用例を示す。(a)から(c)は、簡単なモデルを用いて線光源による影の変化を示したものである。(a)は光源が床面に平行でかつ壁面に垂直な場合、(b)は光源が床面に垂直な場合、(c)は光源が床面に平行で壁面に対して45度傾いている場合である。(d),(e)は蛍光灯により照らし出された物体のカラー陰影表示の例であり(図においては白黒表示)、それぞれ視点の異なる場合を示す。

図でわかるように、照度の複雑な変化や影の境界のぼけの効果等、かなりリアルな画像が得られた。なお、本適用例の計算にはOKITACシステム50/40(主記憶のユーザエリア約48kW)を、CRTはグラフィカM508R(512x512画素、R,G,B各256レベル)を使用した。

### 5. むすび

本論文では、現実感のある画像を表示する一つの方法として、光源が線光源の場合の三次元物体の陰影表示法について述べた。本手法の特徴は次のとおりである。

1) 半影中を含み、線光源による照度計算を精度よく行うので、現実感のある画像が得られ、照明設計への応用が可能である。2) 三次元物体を凸多面体集合として取り扱うことにより、半影および本影を生じさせる空間の決定が容易となる。3) 隠面消去のための図形走査の前に、各面上の影(本影、半影)の領域をあらかじめ求めておくことにより、濃淡(照度)の計算が容易となる。4) 影を生じる空間の決定、半影中の照度計算、透視面上での物体同志の交差判定等の各種手法に、凸多面体の輪郭線を利用することにより、効率的な処理が可能となった。すなわち、一般の陰影表示法では面単位の処理のものがほとんどであるが、本手法では物体単位の処理を可能とする。

謝辞 本研究を進めるに当たり、プログラム作成などで協力いただいた広島大学大学院岡村伊佐央氏および福山大学計算機室藤井克典氏に感謝します。

### 参考文献

- 1) Blinn, J.F. and Newell M.E.: Texture and Reflection in Computer Generated Images, *Comm. ACM*, Vol. 19, No. 2, pp. 542 (1976).
- 2) Whitted, T.: An Improved Illumination Model

for Shaded Display, *Comm. ACM*, Vol. 23, No. 6, pp. 343-349 (1980).

- 3) 西田, 中前: 三次元物体のカラー陰影表示の一手法, 情報処理学会コンピュータビジョン研究会, 4-1 (1980).
- 4) Williams, L.: Casting Curved Shadows on Curved Surfaces, *Computer Graphics, SIGGRAPH*, Vol. 12, No. 3, pp. 270-274 (1978).
- 5) Atherton, P., Weiler, K. and Greenberg, D.: Polygon Shadow Generation, *Computer Graphics*, Vol. 12, No. 3, pp. 275-281 (1978).
- 6) Appel, A.: The Notion of Quantitative Invisibility and the Machine Rendering of Solids, *Proc. ACM, Nat. Conf.*, p. 387 (1967).
- 7) Bauknight, W.J. and Kelley, K.C.: An Algorithm for Producing Half-Tone Computer Graphics Presentations with Shadows and Movable Light Sources, *SJCC, AIFIPS*, Vol. 36 (1970).
- 8) 西田, 中前: 三次元物体の陰影表示の一手法, 情報処理, Vol. 15, No. 1, pp. 18-25 (1974).
- 9) Crow, F.C.: Shadow Algorithms for Computer Graphics, *Computer Graphics, SIGGRAPH*, Vol. 11, No. 2, pp. 242 (1977).
- 10) 中前, 西田: 多面体の隠線消去の一手法, 情報処理, Vol. 13, No. 4, pp. 239-246 (1972).

### 付録

#### (1) 面の向き判定

視点(または光源)に対する面の向き判定に際して、頂点  $[P_1, P_2, P_3, \dots]$  から成る面  $S$  を考える場合、面  $S$  の法線ベクトルが視点  $P_v(X_v, Y_v, Z_v)$  の方向を向いているか否かは、次式の符号(正なら表の面、負または零なら裏の面)により与えられる。

$$F_s(P_v) = \frac{(P_v - P_1)(P_1 - P_2) \times (P_3 - P_2)}{|(P_1 - P_2) \times (P_3 - P_2)|}$$

$$= \frac{1}{J} \begin{vmatrix} X_v & Y_v & Z_v & 1 \\ X_1 & Y_1 & Z_1 & 1 \\ X_2 & Y_2 & Z_2 & 1 \\ X_3 & Y_3 & Z_3 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= a_s X_v + b_s Y_v + c_s Z_v + d_s \quad (\text{付1})$$

ここで

$$J = \sqrt{\begin{vmatrix} Y_1 & Z_1 & 1 \\ Y_2 & Z_2 & 1 \\ Y_3 & Z_3 & 1 \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} X_1 & Z_1 & 1 \\ X_2 & Z_2 & 1 \\ X_3 & Z_3 & 1 \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} X_1 & Y_1 & 1 \\ X_2 & Y_2 & 1 \\ X_3 & Y_3 & 1 \end{vmatrix}^2}$$

であり、 $(a_s, b_s, c_s)$  は面  $S$  の法線ベクトルである。

#### (2) 半影多面体および本影多面体の記憶形式

図1の例では、半影多面体は  $[P_4, P_1, P_2, P_3, P_4]$ 、本影多面体は  $[P_2, P_3, P_4, P_4, P_1, P_5, P_6, P_2]$  と、頂点



番号列により簡単に記述できる。ここで同一頂点番号が現れるまでの頂点列が  $Q_1$  に対する輪郭線であり、それ以後の頂点列は  $Q_2$  に対する輪郭線という約束を設けると、半影多面体の場合の側面の構成面は  $[Q_1, P_1, P_1], [Q_1, P_1, P_2], [Q_1, Q_2, P_2], [Q_2, P_2, P_3], [Q_2, P_3, P_4]$  および  $[Q_2, Q_1, P_4]$  から成る平面であることがわかる(本影の場合も同様な考え方で求まる)。

(3) 点  $P$  から見た線分  $Q_1Q_2$  と線分  $P_iP_{i+1}$  との交差判定

線分  $Q_1Q_2$  と輪郭線分  $P_iP_{i+1}$  が点  $P$  から見て交差するか否かの判定は次の方法で行う。すなわち、 $[P,$

$Q_1, Q_2], [P, P_i, P_{i+1}]$  より構成される面をそれぞれ  $S_q, S_i$  とすると、次式が成立するとき両者は交差する。

$$F_{S_i}(Q_1) \cdot F_{S_i}(Q_2) < 0 \quad \text{かつ} \quad F_{S_q}(P_i) \cdot F_{S_q}(P_{i+1}) < 0 \quad (\text{付2})$$

この際、面  $S_i$  と線分  $Q_1Q_2$  との交点  $Q$  の三次元上での値は、パラメータ  $t$  を用いて次式により表される。

$$Q = (Q_2 - Q_1)t + Q_1 \quad (\text{付3})$$

ただし、

$$t = F_{S_i}(Q_1) / (F_{S_i}(Q_1) - F_{S_i}(Q_2)). \quad (\text{付4})$$

(昭和56年10月12日受付)

(昭和56年12月17日採録)