

速度場と渦度を用いた煙の動きのモデル化

A Modeling Method of Smoke Motion by Using Velocity Field and Vorticity

吉田暁 西田友晃

Satoru Yoshida Tomoyuki Nishita

東京大学

University of Tokyo

1. はじめに 近年、コンピュータグラフィックスによる煙や雲などの表示に関心が集まっている。障害物がある場合の煙の動きを求めるには煙は流体であること、乱流により複雑な運動をすることを考慮しなくてはならない。そこで本稿では、このような煙の動きをリアルに表現できる方法を提案する。

2. 提案手法の概要 提案法は次の手順で煙を表示する。まず煙の動きを表す速度場を求める。次にメタボールによりモデル化された煙の塊を速度場に従い移動させる。ここで、渦度ベクトルを用いて生成された渦によって煙を渦巻かせる。最後にメタボールの濃度分布を投影したテクスチャを用いて煙を描画する。提案手法は従来の方法より、渦ボールを用いた方法[1]よりも安定しており、ボクセル分割のみによる計算[2]よりも小さな渦を簡易に計算でき、リアルな煙の流れを得ることができる。

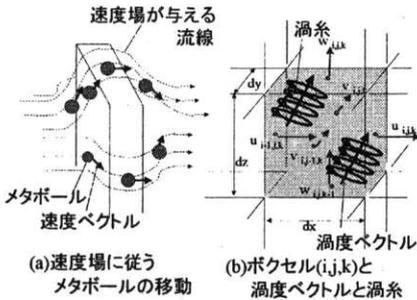


図1：速度場と渦度

3. メタボールによる煙の濃度分布の表現 煙の非一様な濃度分布を少ないデータ量で、しかも流体として表現できるモデルで表す。煙は煙粒子の塊の組み合わせとして表現できる。この塊の濃度分布を表現するために、メタボールを用いる。4節の速度場をもとにメタボールを移動させることで、障害物を考慮した煙の動きを表現する。

4. 速度場による煙の動きの表現 障害物が存在した場合の流れを表現するために、速度場を用いる(図1(a)参照)。これは空間をボクセル分割し、境界条件を考慮して流れの偏微分方程式を反復計算により解くことによって得られる。乱流を考慮した流れの偏微分方程式として、レイノルズ方程式を採用する。速度ベクトル \mathbf{u} は平均成分 $(\bar{u}, \bar{v}, \bar{w})$ と乱れ成分 (u', v', w') の和で表す。 ρ を濃度、 p を圧力として、次の2式を満足しなければならない。

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = -\left(\frac{\partial \bar{u}^2}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u}v}{\partial y} + \frac{\partial \bar{u}w}{\partial z}\right) + \nu\left(\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2}\right) - \left(\frac{\partial \bar{u}'^2}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u}'v'}{\partial y} + \frac{\partial \bar{u}'w'}{\partial z}\right) - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}$$

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} = -\left(\frac{\partial \bar{v}^2}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}u}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}w}{\partial z}\right) + \nu\left(\frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial z^2}\right) - \left(\frac{\partial \bar{v}'^2}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}'u'}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}'w'}{\partial z}\right) - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \quad (2)$$

$$\frac{\partial \bar{w}}{\partial t} = -\left(\frac{\partial \bar{w}^2}{\partial z} + \frac{\partial \bar{w}u}{\partial x} + \frac{\partial \bar{w}v}{\partial y}\right) + \nu\left(\frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial z^2}\right) - \left(\frac{\partial \bar{w}'^2}{\partial z} + \frac{\partial \bar{w}'u'}{\partial x} + \frac{\partial \bar{w}'v'}{\partial y}\right) - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z}$$

誤差を小さくするため、式内の圧力項の計算は方程式内の他の項を計算した後に行う[3]。

5. 渦度による小さな渦の表現 渦巻く煙の動きを表現するには、乱流中の大きささまざまな渦を考慮する必要がある。ボクセル幅よりも大きな渦は4章の方法を用い、小さな渦は渦度ベクトルと渦糸を利用して生成する。渦度ベクトルとは渦の移動方向と強さを表すパラメータである。渦度ベクトルは次のように定義される。

$$\left(\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial z}, \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{\partial v}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial w}{\partial y}\right) \quad (3)$$

各ボクセルに定義された速度ベクトルを用いて、ボクセル内の渦度ベクトルを求める。任意の点の渦度ベクトルは、線形補間によって求める。渦はこの渦度ベクトルの方向に対し渦糸が無限に集まってできている、と定義される(図1(b)参照)。

6. 適用例およびおわりに 図2はビルに向かって流れる煙の動きをシミュレートしたものである。障害物がある塔を避けるように流れる渦巻く煙が得られた。



図2：適用例

今後の課題として、速度場の計算をより高速化、安定化させるために、境界層方程式を用いたい。

参考文献

[1]田坂、西田「渦場を考慮したメタボールによる煙の表示」、情報処理学会、グラフィックスとCADシンポジウム '97, pp.43-47.
 [2]N.Foster, D.Metaxas "Modeling the Motion of a Hot, Turbulent Gas", SIGGRAPH'97, 1997, pp.181-188.
 [3]小竹進、土方邦夫、「パソコンで解く熱と流れ」、丸善, pp131-154.