

計算流体力学に基づく雲のアニメーション作成

6F-04

宮崎 玲† 土橋 宜典‡ 西田 友是†

† 東京大学 ‡ 北海道大学

1. はじめに

雲などの自然現象のシミュレーションは CG において重要な研究分野の一つである。とりわけ雲は景観画像の作成において重要な役割を果たす。雲は大気流体を可視化したものと言えるので、リアルな雲を作成するには、流体シミュレーションに基づく手法が有効である。本稿では、乱流の渦によってモクモクした形態の積雲・積乱雲のアニメーションを作成するための Navier-Stokes 方程式の数値解法をベースとしたシミュレーション手法を提案する。

2. 提案法の概要

シミュレーションの解析空間は 3 次元のボクセルで表現し、各ボクセルは速度、雲密度、温度の状態量を記憶する。積雲・積乱雲のダイナミクスをシミュレーションするために、流体運動 (Navier-Stokes 方程式) の他に以下の要素を簡略化したモデルを使用する。

- 温度差による浮力
- エントレインメント (空気の取り込み)
- 相転移と潜熱
- 断熱膨張

1 タイムステップ毎に各状態量を更新する。各パラメータとシミュレーション空間底面に境界条件として雲の密度分布と温度を設定する。それを元に雲が発達する。シミュレーション空間の高さと生じる上昇気流の強さを変化させて、鉛直方向の成長が小さいものを積雲、大きいものを積乱雲として作り分ける。

3. シミュレーションのために考慮する要素

(1) 流体運動 (Navier-Stokes 方程式)

流体運動を記述する Navier-Stokes 方程式を数值的に解くことで速度を更新し、温度・雲密度を輸送する。大気流体は本来、圧縮性流体であるが圧縮性は小さいので非圧縮性と近似して計算する。非圧縮性流体の Navier-Stokes 方程式は以下で与えられる。

$$\frac{Dv}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \text{grad } p + \nu \Delta v + f, \quad (1)$$

$$\text{div } v = 0.$$

ここで v は速度場、 f は外力 (風や浮力、重力等)、 p は圧力、 ρ は流体密度、 ν は粘性係数である。この方程式を、差分法を用いて離散化しシミュレーションを行なう。連続の式 $\text{div } v = 0$ を満たすための圧力計算はポワソン方程式に帰着させて、ヤコビの反復法を用いて解く。

ラグランジュ微分 D/Dt の部分、つまり状態量の輸送は semi-Lagrangian の手法 [1] [2] を用いる。この手法はどんな速度に対しても安定に計算することができる。以下にこの手法について簡単に述べる。

流体のある 1 点に注目した流体粒子 p が時刻 t に位置 $x_p(t)$ にあるとすると、この時の速度 $v(x, t)$ で、1 タイムステップ Δt 分バックトレースし、時刻 $(t - \Delta t)$ における p の位置 $x_p(t - \Delta t)$ を求める。そして位置 $x_p(t - \Delta t)$ の状態量を時刻 t 、位置 $x_p(t)$ の状態量として輸送する (図 1)。輸送は各ボクセルに対して行なう。

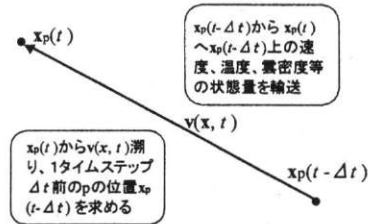


図 1 状態量の輸送

また数値計算の誤差によって、流体の小さい渦は消滅してしまう。そこで文献 [2] の手法によって、外力 f の一部として付け加えて、消滅した渦を補う。

(2) 浮力

重力場のある空気塊と周囲の温度との間に温度差がある場合に、浮力により上昇気流が生じる。

各ボクセルの流体にその温度に比例した力と雲にかかる荷重を考慮した浮力の簡単なモデルを採用する [2] [3]。

$$f_{\text{buo}} = \alpha(T - T_{\text{env}})z - \beta dz \quad (2)$$

ここで f_{buo} は浮力と重力、 α と β は定数、 T はボクセルの温度、 T_{env} は環境温度、 d は雲密度、 z は鉛直方向の単位ベクトルを表す。これは式 (1) の外力 f の一部となる。環境温度は解析空間の高さに対して線形に低くなるように設定する。

(3) エントレインメント・相転移と潜熱

流体の渦によって雲外部の空気が雲内部に取り込まれる。実際の物理現象では、外部の湿った空気が取り込まれれば、雲内部の水蒸気密度が上がり水蒸気が相転移を起こし、凝結し雲が生成される。そして潜熱が解放され温度も上がる。逆に乾燥空気が雲内部に取り込まれれば、雲を気化させ、空気が冷却される [3] [4]。

この現象を簡略化したモデルを使用する。シミュレーションでは各タイムステップに、外部の空気が取り込まれるボクセルの雲密度 d に比例する量 dd_{ent} 増減する。温度も d_{ent} に比例して増減する。 d_{ent} は、高さなどの空間の関数としてユーザーが設定しておく。

計算では、状態量の輸送を行なう際、流体粒子 p が時刻 t に位置 $x_p(t)$ にあり、そこが雲の内部（雲密度がある値以上）であり、時刻 $(t-\Delta t)$ における p の位置 $x_p(t-\Delta t)$ が雲の外部（雲密度がある値以下）であるときに、雲密度 d と温度 T が増減する。

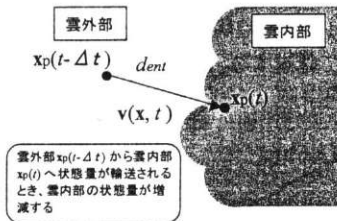


図2 エントレインメント

(4) 断熱冷却

大気中の空気塊は上空に運ばれるに連れ断熱冷却が起こる。ここではタイムステップ毎に温度 T は速度の z 成分に比例し減少するモデルを用いる。

5. 計算結果

提案法による計算結果を図3に示す。(a) (b) が積雲の発達過程、(c) (d) が積乱雲の発達過程である。シミュレーション空間のボクセル数は積雲が $200 \times 150 \times 40$ 、積乱雲が $100 \times 100 \times 100$ であり、計算時間は Pentium III (1.2GHz) で各タイムステップそれぞれ約3秒かかる。雲のレンダリングは文献 [5] の方法を用いた。

参考文献

[1] J. Stam. Stable Fluids. In SIGGRAPH 99 Conference Proceedings, pages 121-128, August 1999.
 [2] R. Fedkiw, J. Stam, H. W. Jensen. Visual Simulation of Smoke. In SIGGRAPH 01 Conference Proceedings, pages 15-22, August 2001.
 [3] 水野 量, 雲と雨の気象学, 朝倉書店
 [4] R.A.Houze, Cloud Dynamics, International Geophysics Series Vol.53 (Academic Press, New York, 1993).
 [5] Y.Dobashi, K. Kaneda, H. Yamashita, T. Okita, T. Nishita. A Simple, Efficient Method for Realistic Animation of Clouds. In SIGGRAPH 00 Conference Proceedings, pages.19-28, August 2000.

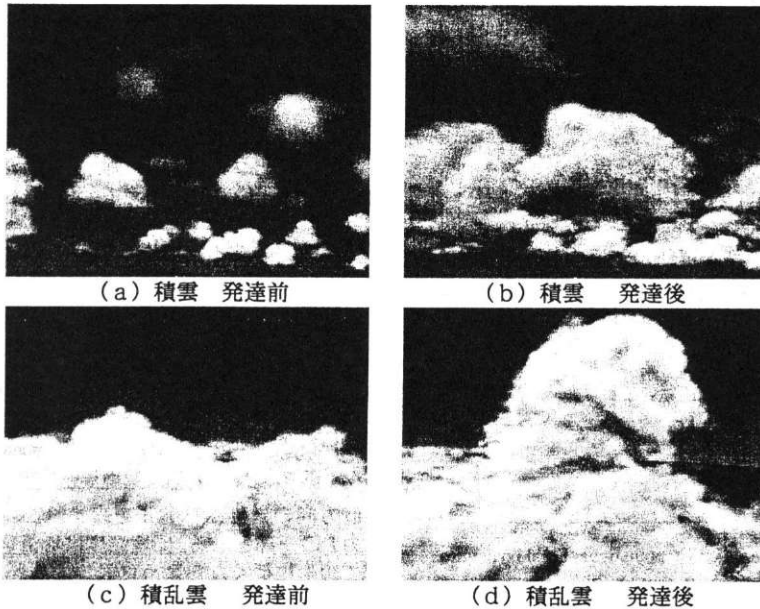


図3 計算結果