Bézier クリッピング法

1990 年の SIGGRAPH で，西田らは新しい有理 Bézier 曲面と直線の干渉計算アルゴリズムを提案した [116]．この方法の応用として Bézier 曲線と直線の干渉点を求める方法がある [115,11]．この方法は Bézier 分割法の改良版と考えることができる．Bézier 分割法は Bézier 曲線をパラメータ値 0.5 のところで 2 分割して凸包を小さくしていったが，Bézier クリッピング法は干渉点の存在している範囲をもっと細かく調べ，曲線を一気に分割する方法である．

xy 平面上に Bézier 曲線と直線があったとき，直線を $y = y'$ になるように座標変換して移動することは簡単にできる．座標変換の結果，もし Bézier 曲線の接線が y 軸と平行になる点があれば，ホドグラフを用いて曲線の接線が x 軸と平行になる点で曲線を分割しておく．このようにして得られた Bézier 曲線 $\mathbf{P}(t)$ を

$$\mathbf{P}(t) = \sum_{i=0}^{n} B_i^n(t)\mathbf{P}_i \tag{6.13}$$

とする．$\mathbf{P}_i = (x_i, y_i)$ $(i = 0, \cdots, n)$ は Bézier 曲線の制御点である．このとき，$y = y'$ と式 (6.13) の干渉点は

$$\sum_{i=0}^{n} B_i^n(t) y_i = y' \tag{6.14}$$

を解けばよい．式(6.14) を変形して，

$$\sum_{i=0}^{n} B_i^n(t)d_i = 0 \tag{6.15}$$

ただし，$d_i = y_i - y'$．ここで，式(6.15) を $f(t)$ と置く．$f(t)$ のことを **Bézier 関数** という[77]．制御点 $(i/n, d_i)$ からなる Bézier 曲線 $\mathbf{d}(t)$ を考える．

$$\mathbf{d}(t) = \sum_{i=0}^{n} B_i^n(t) \begin{bmatrix} \frac{i}{n} \\ d_i \end{bmatrix} \tag{6.16}$$

このとき，$\mathbf{d}(t)$ は $y = y'$ から Bézier 曲線への距離に等しい．この $\mathbf{d}(t)$ のことを **距離曲線** と呼ぶ．

$\mathbf{d}(t) = 0$ となる t を求める方法が **Bézier クリッピング法**である．図 6.9 (a) は Bézier 曲線と $y = y'$ との干渉点を示している．

1. $\mathbf{d}(t)$ の凸包を得る．

2. 凸包と t 軸 の干渉点の最小値，最大値における t の値 $t_{\min}, t_{\max}$ を得る(図 6.9 (b))．もし $|t_{\max} - t_{\min}|$ の値が許容誤差以下なら，処理を終了する．

3. 区間 $[t_{\min}, t_{\max}]$ で $\mathbf{d}(t)$ を分割し，その結果を新しい $\mathbf{d}(t)$ と置いて，1. から繰り返す．

この方法は Bézier 曲線と直線の交点計算に限られるが，Bézier 分割法同様に安定しており，より高速であるという特徴を持っている．

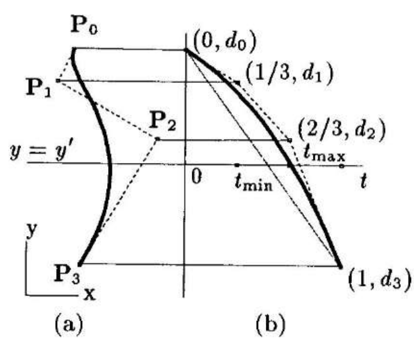

図 6.9　Bézier クリッピング法